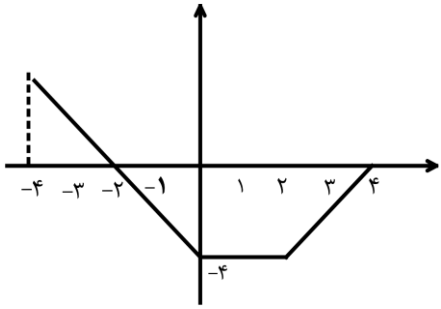
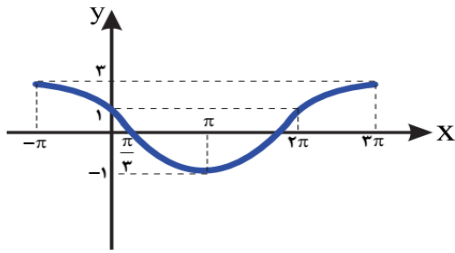


رشته : علوم تجربی		سوالات درس: ریاضی ۳
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
منبع دانلود : قلم چی		برگزار شده در : قم

بارم	شرح سوالات	ردیف
۰/۷۵	<p>درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف- تابع $y = 2x + 3$ در \mathbb{R} نه صعودی است و نه نزولی.</p> <p>ب- تابع تانژانت در بازه $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ نزولی است.</p> <p>ج- اگر $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$، آن گاه $\sin \alpha < \tan \alpha$</p>	۱
۱	<p>نمودار تابع $y = \begin{cases} \sqrt{x+2} & x > 2 \\ x^3 & -1 \leq x \leq 1 \\ -x+1 & x \leq -3 \end{cases}$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه هایی صعودی یا نزولی است.</p>	۲
۱	<p>با استفاده از نمودار $f(x)$، نمودار تابع $y = -\frac{1}{2}f(2x) - 1$ را رسم کنید.</p> 	۳
۱/۲۵	<p>اگر $f(x) = \sqrt{x-3}$ و $g(x) = \frac{2x-3}{x+2}$، دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را به دست آورید.</p>	۴
۱	<p>اگر $f = \{(1,4), (2,3), (5,1)\}$ و $g(x) = 2 x + 1$ و $f^{-1}(g(a)) = 2$ مقدار a را بیابید.</p>	۵
۲	<p>وارون پذیری تابع $f(x) = x^2 - 4x + 3$ را بررسی کنید و در صورت وارونپذیر نبودن آن را به یک تابع وارون پذیر تبدیل کنید، سپس وارون آن را در صورت وجود بیابید. (رسم نمودار را برای هر دو تابع انجام دهید)</p>	۶

نمودار تابع $f(x) = 1 - a \sin(bx)$ به صورت زیر است، a و b را به دست آورید.



۱

۷

۱/۲۵

نسبت های مثلثاتی سینوس زاویه 15° و کسینوس زاویه $22/5^\circ$ درجه را به دست آورید.

۸

معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.

۱/۵

الف) $\sin 5x = \sin(2x + 1)$

۹

ب) $\cos 2x + \sin x = 0$

۰/۷۵

اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^4 + 5x^2 + 1}{3x^n - x^3 + 4} = -2$ باشد، $a + n$ را پیدا کنید.

۱۰

حاصل حد های زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{x^2 - 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{3 - \sqrt{2x + 1}} =$$

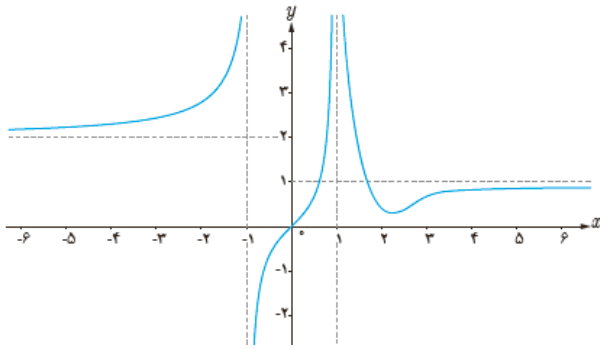
۳/۲۵

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - \sqrt{9x^2 + 7}}{x + \sqrt{4x^2 + 5}} =$$

۱۱

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{-1}{\cos x}$$

نمودار تابع f به شکل زیر است. حدود خواسته شده را بنویسید.



$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$$

۱۲

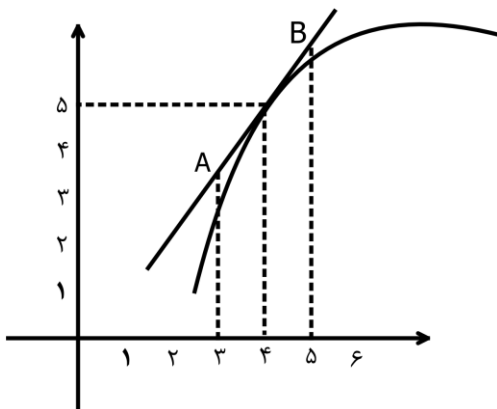
اگر $f(x) = x^2 + 4$ باشد

الف) $f'(1)$ به کمک تعریف مشتق را محاسبه کنید.

ب) معادله خط مماس بر منحنی در نقطه ای به طول یک واقع بر آن را بنویسید.

۱۳

برای تابع F در شکل زیر داریم $f(4) = 5$ و $f'(4) = 2$ با توجه به شکل مختصات A و B را تعیین کنید.



۱۴

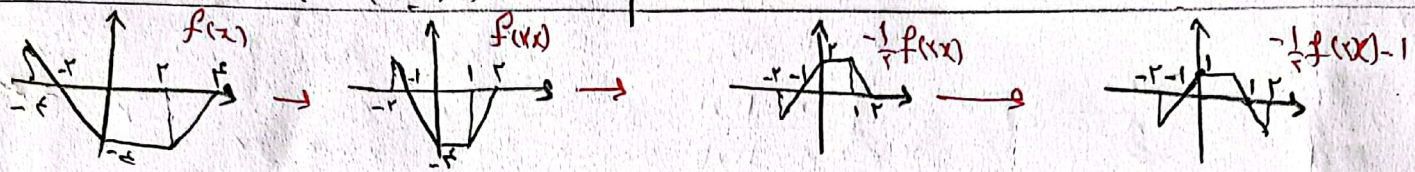
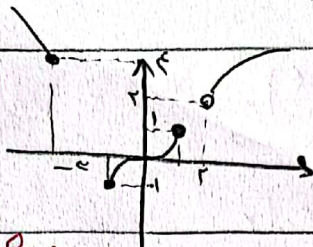
ز اگر $f(x) = \sqrt[3]{5x+1}$ باشد، مشتق تابع را به کمک تعریف مشتق بدست آورید

۱/۲۵

۱۵

موفق باشید

$$y = \begin{cases} \sqrt{x+2} & x \geq 2 \text{ (صورت)} \\ x^2 & -1 \leq x < 2 \text{ (اصدق)} \\ -x+1 & x < -1 \text{ (نزق)} \end{cases}$$



پاسخ: $D_{f \circ g} = \{x | x \in D_g \text{ و } g(x) \in D_f\}$ ① $D_g = \mathbb{R} - \{-2\}$ ② $D_f = x \geq 2 \rightarrow x \geq 2$

$g(x) \in D_f \rightarrow \frac{2x-2}{x+2} \geq 2 \rightarrow \frac{2x-2+2x+4}{x+2} \geq 2 \rightarrow \frac{-x-9}{x+2} \geq 2$

$\rightarrow -9 \leq x \leq -2 \rightarrow D_{f \circ g} = ① \cap ② = \mathbb{R} - \{-2\} \cap [-9, -2] = [-9, -2]$

پاسخ: $f \circ g = f(g(x)) = \sqrt{\frac{2x-2}{x+2} - 2} = \sqrt{\frac{2x-2x-2-4}{x+2}} = \sqrt{\frac{-x-9}{x+2}}$

$f^{-1}(g(a)) = 2 \rightarrow f(2) = g(a) \rightarrow f(2) = 5 \rightarrow g(a) = 5 \rightarrow 2|a| + 1 = 5 \rightarrow 2|a| = 4 \rightarrow |a| = 2 \rightarrow a = \pm 2$

$f(x) = x^2 - 4x + 3 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = 1, 3$

$f(x) = x^2 - 4x + 3 + 1 - 1 = x^2 - 4x + 3 - 1 = x^2 - 4x + 2$ $x > 2 \rightarrow f(x) = (x-2)^2 - 1$ $x > 2$ (طبیعی)

$x = (y-2)^2 - 1 \rightarrow (y-2)^2 = x+1 \rightarrow y-2 = \sqrt{x+1} \rightarrow y = 2 + \sqrt{x+1}$

$f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} + 2$ $D_{f^{-1}} = \mathbb{R}^+ = x \geq -1$

$f(x) = 1 - a \sin(bx)$ $T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow |b| = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$ $b = 4\pi$

$f(\frac{\pi}{4}) = -1 \rightarrow 1 - a \sin(\frac{\pi}{4}) = -1 \rightarrow 1 - a \frac{\sqrt{2}}{2} = -1 \rightarrow a \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \rightarrow a = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \rightarrow \cos 2\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - 2\sin^2 \alpha \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 \rightarrow \cos 2\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\cos^2 \alpha - 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$

الف) $\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ یا $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$

ب) $\cos 2x = -\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} + x) \rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + x + 2k\pi$ یا $2x = \frac{3\pi}{2} + x + 2k\pi$

$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ یا $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^r}{rx^n} = -\infty \rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^r}{rx^n} = -\infty \quad (n > r), \quad \frac{a}{r} > 0 \rightarrow a > 0$$

(10)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{x^2 - 1} = \frac{0 - 1}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{r\sqrt{x}}{r - \sqrt{rx+1}} = \frac{\infty}{0} \text{ (L'Hopital)} : \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{r\sqrt{x}}{r - \sqrt{rx+1}} \times \frac{r + \sqrt{rx+1}}{r + \sqrt{rx+1}} \times \frac{r + \sqrt{x}}{r + \sqrt{x}}$$

(11)

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{r(4)}{(A - rx)(r)} = \frac{-4}{n} = -\frac{r}{r}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\partial x - |rx|}{x + |rx|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\partial x + rx}{x - rx} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{rx}{-x} = -n$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{-1}{\cos x} = \dots (x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+ \Rightarrow \cos x \rightarrow 0^-) \rightarrow \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1^- = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1^+ = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$$

(12)

الف) $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1 = 1 + 1 = 2$

(13)

ب) $y = mx + b \rightarrow y = rx + \partial$

(14) معادله خط مماس بر منحنی: $y = mx + b$ ($m = f'(c)$ و $b = f(c) - a$) $\rightarrow y = f'(c)x + f(c)$

$f'(c) = m$ و $f(c) = b$

(15) $f'(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - f(a)}{x - a}$ / $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$f(x) = \sqrt[3]{ax+1} \rightarrow f'(x) = \frac{a}{3\sqrt[3]{(ax+1)^2}}$