

سوالات (پاسخ نامه دارد)

نمره

ردیف

۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع $f(x) = 3x(x - 1)^2 + 3x^3$ یک تابع چندجمله‌ای از درجه سوم است.</p> <p>ب) هر نقطه اکسترم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است.</p> <p>پ) تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ در دامنه‌اش اکیدا نزولی است.</p> <p>ت) دامنه تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان دامنه تابع $y = f(x)$ است.</p>	۱
۰/۷۵	<p>جاهای خالی زیر را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^n + 2x - 4}{x - kx^4} = 10$ باشد مقدار $k + n$ برابر می‌شود.</p> <p>ب) مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 + 2x - 5$ در بازه $[-2, 1]$ است.</p> <p>پ) باقی‌مانده تقسیم چند جمله‌ای $10 - 3x^3 - 2x^2 + 5x$ بر $x + 2$ برابر است.</p>	۲
۱/۲۵	<p>اگر $g(x) = \sqrt{x - 2}$ و $f(x) = 3x - 1$ باشند:</p> <p>الف) دامنه تابع gof را با استفاده از تعریف بدست آورید.</p> <p>ب) مقدار $\frac{f^{-1}(5)}{(fog)(6)}$ را محاسبه کنید.</p>	۳
۱	<p>نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $f(x) = a \cos bx + c$ یا $f(x) = a \sin bx + c$ است. با تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص نمایید.</p>	۴
	« ادامه سوالات در صفحه دوم »	

سوالات (پاسخ نامه دارد)

ردیف		نمره
۵	الف) حاصل عبارت $\sin x \cos x \cos 2x = 7/5$ را به ازای $x = 7^\circ$ محاسبه کنید. ب) معادله مثلثاتی $\sin 4x - \sin 2x = 0$ را حل کنید.	۱
۶	حد توابع زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{[x]}{2x+1}$ پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1-\cos x}$	۱/۵
۷	نمودار تابع f در شکل زیر داده شده است. اگر مشتق تابع $f(x)$ در نقطه B برابر ۳ باشد، حاصل $\frac{AC}{AB}$ را بدست آورید. 	۱
۸	اگر نیم مماس‌های چپ و راست $f(x) = x (x+a)$ بر هم عمود باشند، مجموعه مقادیر a را بیابید.	۱/۵
۹	مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = 3(\frac{x}{2} + \frac{2}{x} - \sqrt{x-1})^6$ ب) $g(x) = x^3(3x-1)(3x+4)$	۱/۵
۱۰	آهنگ تغییرات متوسط تابع $y = x^3 - x^2 + x$ روی بازه $[0, 3]$ نسبت به تغییر x ، چقدر از آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه $x = \frac{3}{2}$ بیشتر است؟	۱
۱۱	در تابع $y = -2x^3 + 3x^2 + 12x$ با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آنرا در صورت وجود بدست آورید.	۱/۵
	« ادامه سوالات در صفحه سوم »	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۲	ماکزیمم مساحت مستطیل‌های واقع در نیم دایره ای به معادله $y = \sqrt{4-x^2}$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	کانون‌های یک بیضی $(1,3), (1,-5)$ است و اندازه قطر بزرگ ۱۲ می‌باشد. فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی و خروج از مرکز بیضی را محاسبه کنید.	۱
۱۴	وضعیت خط $5 - 2x = y$ را نسبت به دایره $(x-1)^2 + y^2 = 5$ مشخص کنید.	۱
۱۵	دایره C به مرکز $(-1, 2)$ و شعاع ۳ و دایره' C' به معادله $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$ نسبت به هم چگونه اند؟	۱/۵
۱۶	در دو جعبه به ترتیب ۲۴ و ۱۵ عدد لامپ یکسان موجود است. در جعبه اول ۴ عدد و در جعبه دوم ۳ عدد لامپ معیوب هستند. از اولی ۸ و از دومی ۶ لامپ به تصادف برداشته و در جعبه جدید قرار می‌دهیم. با کدام احتمال یک لامپ انتخابی از جعبه جدید معیوب است؟	۲
« موفق باشید. »		۲۰ جمع نمره

نمره

جواب سوالات

ردیف

	نام مصحح:	نمره با حروف :	نمره با عدد :
۱	الف) نورت ب) درست پ) نورت ت) درست هر مرد (۱/۲۵)	۱	۱
۰/۷۵	هر مرد (۱/۲۵) صفر پ)	-۲	الف) ۲
۱/۲۵	$D_f = \mathbb{R}$, $D_g: x - r > 0 \rightarrow x > r \Rightarrow D_g = (r, +\infty)$ (۱/۲۵)	(الف)	۳
	$D_{gof} = \{x \in D_f f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} r_{n-1} \in (r, +\infty)\}$ (۱/۲۰)		
	*: $r_{n-1} \geq r \Rightarrow r_n \geq r \Rightarrow n \geq 1 \Rightarrow D_{gof} = (1, +\infty)$ (۱/۱۰)	(ب)	
	$f'(a) = a \Rightarrow f(a) = 0 \Rightarrow r_a - 1 = 0 \Rightarrow a = r$ (۱/۱۰) $\rightarrow \frac{f'(a)}{f(g(y))} = \frac{r}{0}$ $f(g(y)) = f(g(y)) = f(r) = 0$ (۱/۱۰)		
۱	$T = \pi = \frac{r\pi}{ h } \rightarrow h = r$ (۱/۱۰) $ a = \frac{r-a}{r} = 1$ (۱/۱۰) $c = \frac{r+a}{r} = 1$ (۱/۱۰)	$y = -65\pi x + 1$ (۱/۱۰)	۴
۱	$\sin x \cos x \cos \pi = \sin x \cos x \cos \pi = \sin x$ (۱/۱۰) $x = v, \theta \Rightarrow \sin \pi(v, \theta) = \sin \pi v = \frac{1}{r}$	(الف)	۵
	$\sin \epsilon_n = \sin \pi_n \Rightarrow \begin{cases} \pi_n = rk\pi + \pi_n \Rightarrow n = k\pi \\ \pi_n = rk\pi + \pi - \pi_n \Rightarrow n = \frac{k\pi + \pi}{\pi} \end{cases}$ (۱/۱۰)	(ب)	

ردیف	نمره	جواب سوالات
۱/۵	الف	$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{n-1}}{n-0} \times \frac{2 + \sqrt{n-1}}{2 + \sqrt{n-1}} = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{4 - n + 1}{(n-0)(2 + \sqrt{n-1})} = \frac{-1}{\epsilon}$ $\frac{-1}{0^+} = -\infty \quad (1/0)$ $\frac{1}{0^+} = +\infty \quad (1/0)$
۱		<p>مشترک β $\Rightarrow m = 1^o \quad (1/0)$</p> <p>زاویه زاویه محظا بابت قطب مردمانه زر $= \tan \theta = r \quad (1/0)$</p> $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow 1 + 9 = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{10}} \quad (1/0)$ $\frac{AC}{AB} = \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{10}} \quad (1/0)$
۱/۵		$m = f'(a) = \lim_{n \rightarrow a^+} \frac{f(n) - f(a)}{n - a} = \lim_{n \rightarrow a^+} \frac{ n (n+a) - a(n+a)}{n} = \lim_{n \rightarrow a^+} \frac{n(n+a)}{n} = a \quad (1/0)$ $m' = f''(a) = \lim_{n \rightarrow a^-} \frac{f(n) - f(a)}{n - a} = \lim_{n \rightarrow a^-} \frac{ n (n+a) - a(n+a)}{n} = \lim_{n \rightarrow a^-} \frac{-n(n+a)}{n} = -a \quad (1/0)$ $mm' = -1 \rightarrow a(-a) = -1 \rightarrow -a^2 = -1 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \quad (1/0)$
۱/۵	الف	$f'(n) = 1n \left(\frac{n}{n} + \frac{1}{n} - \sqrt{n-1} \right)^6 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} - \frac{1}{2\sqrt{n-1}} \right) \quad (1/0)$
	ب)	$g(n) = n^3(9n^2 + 9n - 1) = 9n^5 + 9n^4 - n^3 \Rightarrow g'(n) = 36n^4 + 36n^3 - 3n^2 \quad (1/0)$

نمره

جواب سوالات

ردیف

۱	$f'(n) = \frac{f(2) - f(0)}{2-0} = \frac{2}{2} = 1 \quad (\text{۱/۱۰})$ $f'(n) = 3n^2 - 2n + 1 \quad (\text{۱/۱۰}) \Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = n_1\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = \frac{19}{4} \quad (\text{۱/۱۰})$ $f\left(\frac{1}{2}\right) = V - \frac{19}{4} = \frac{9}{4} = 1,25 \quad (\text{۱/۱۰})$	۱۰
۱/۵	$f'(n) = -4n^2 + 4n + 12 = 0 \xrightarrow{-4+12=8} n=-1, n=-\frac{12}{-4}=3 \quad (\text{۱/۱۰})$ نکمل جمله (۱)	۱۱
۱/۵	 $y = \sqrt{t-n^2}$ $S = \int_{-r}^r y \, dx = \int_{-r}^r \sqrt{t-x^2} \, dx = \pi r \sqrt{t-r^2} \quad (\text{۱/۱۰})$ $S' = \sqrt{t-x^2} + \frac{-2x}{2\sqrt{t-x^2}} \times r = \frac{\sqrt{(t-x^2)} - 2x^2}{\sqrt{t-x^2}} = \frac{1-4x^2}{\sqrt{t-x^2}} \quad (\text{۱/۱۰})$ $S'=0 \Rightarrow 1-4x^2=0 \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow x=\pm\frac{1}{2} \rightarrow n=\frac{1}{2} \quad (\text{۱/۱۰})$ $S_{\max} = \pi r \sqrt{t-r^2} = \pi \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4} \quad (\text{۱/۱۰})$	۱۲
۱	$AA' = 12 = 2a \rightarrow a=6 \quad (\text{۱/۱۰})$ $FF' = -3 - 4 = -1 = 1 \Rightarrow 2c=1 \rightarrow c=\frac{1}{2} \quad (\text{۱/۱۰})$ $O(\alpha, \beta) = \left(\frac{1+1}{2}, \frac{3+(-1)}{2}\right) = (1, 1) \quad (\text{۱/۱۰})$ $e = \frac{c}{a} = \frac{\frac{1}{2}}{6} = \frac{1}{12} \quad (\text{۱/۱۰})$ باتوجه به مسئله کوئن جاسنی خواهد بود.	۱۳

جواب سوالات

ردیف

نمره

۱

$$y = rx - d \rightarrow rx - y - d = 0 \quad O(1,0) \text{ و } r = \sqrt{5} \quad (1/20)$$

$$OH = \frac{|rx_1 - y_1 - d|}{\sqrt{r^2 + (-1)^2}} = \frac{|2x1 - 1x0 - 0|}{\sqrt{5^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{26}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} \quad (1/0)$$

$$OH = \frac{2\sqrt{6}}{6} < r = \sqrt{5} \quad (1/20) \quad \text{بنابراین خط را بقطع نماید.}$$

۱۴

۱/۵

$$O(-1,2) \quad \text{و} \quad r = 3$$

$$O'(-\frac{a}{r}, -\frac{b}{r}) = (-\frac{-1}{3}, -\frac{2}{3}) = (-1, -2) \quad (1/10)$$

$$r' = \sqrt{a'^2 + b'^2 + c} = \sqrt{1^2 + 4^2 - 4 \times 2} = \sqrt{1 + 16 - 8} = \sqrt{9} = 3 \quad (1/0)$$

$$OO' = \sqrt{(-1+1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{0+20} = \sqrt{20} \quad (1/10)$$

$$r + r' = 3 + 3 = 6 \quad (1/20) \quad OO' = r + r' \quad \text{دسترسی بین برینک اند.} \quad (1/20)$$

۱۵

۲

۱۲ → ۱۴ صفحه اول

لایه انتقایی از جوهر

۱۴ → ۱۵ صفحه دوم

$$\rho_1 = \frac{1/12 \times \frac{4}{72}}{(1/12)} + \frac{4/12 \times \frac{3}{10}}{(1/10)} = \frac{1}{71} + \frac{3}{10} = \frac{10+9}{70 \times 10} = \frac{19}{700} \quad (1/0)$$

۱۶

جمع نمره

موفق باشید"