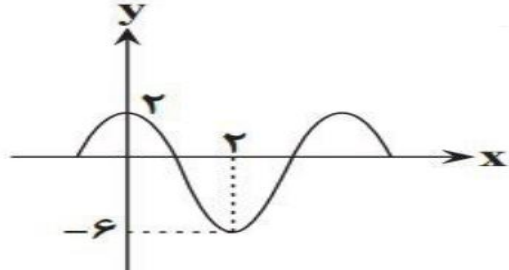
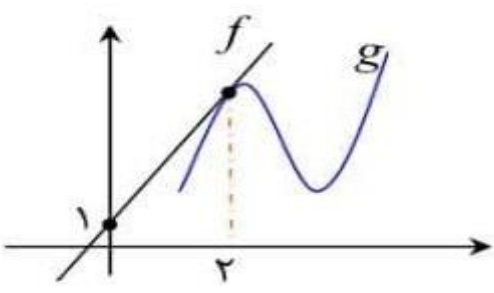


رشته : ریاضی	 <p>میانبرپلاس آکادمی ریاضی</p>	سوالات درس: حسابان ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		مدت امتحان: 110 دقیقه
منبع دانلود: قلم چی		برگزار شده در: کهگلویه و بویر احمد

تعداد صفحات : ۲		(الا بذكر الله تطمئن القلوب) - همانا با یاد خداوند دلها آرام می گیرد.	
ردیف	سوالات	صفحه: ۱	بارم
۱	درست یا نادرست بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید: الف) تابع $f(x) = -2x^2 + 4x$ از روی بازه $(1, +\infty)$ اکیدا نزولی است. ب) اگر تابع $y = f(x)$ در $x = a$ پیوسته نباشد آنگاه $y = f(x)$ در $x = a$ مشتق پذیر نیست. ج) حد راست تابع $f(x) = \frac{ x }{[x]}$ در $x = 0$ برابر $+\infty$ است. د) $x = 1$ نقطه می نیمم نسبی تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ می باشد.		۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید: الف) در نامعادله $\log_{\frac{1}{2}} 2x - 1 > 0$ حدود x برابر با است. ب) مجانب قائم و نقطه عطف تابع $y = \tan x$ در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ به ترتیب برابر و است.		۰.۷۵
۳	الف) نمودار $f(x) = -x^2 + 1$ در بازه $[-1, 1]$ رسم کنید ب) به کمک نمودار $f(x)$ نمودار $g(x) = f(2x - 1) + 1$ را رسم و دامنه و برد آن را بدست آورید.		۱.۲۵
۴	در چند جمله ای $p(x) = x^3 + ax^2 + x + b$ و a و b را بیابید به طوری که بر $x + 2$ بخش پذیر و باقیمانده تقسیم آن بر $x - 1$ مساوی ۴ باشد.		۱.۲۵
۵	خط $y = 1$ نمودار تابع با ضابطه $y = \cos x + \sin x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ در چه نقاطی قطع می کند؟		۱.۲۵
۶	اگر نمودار زیر مربوط به تابع $y = a \sin \pi \left(\frac{1}{2} - bx\right) + c$ باشد، مقادیر a ، b و c را بیابید.		۱.۵
۷	حدود زیر را بیابید.	الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x^2] - [x]^2}{x^2 - 4}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x}}{2x - 1}$	۱.۲۵
۸	مجانبهای قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{2x-3}{ x -1}$ را بدست آورید.		۱.۵

۱.۲۵	<p>در شکل مقابل تابع خطی f در نقطه $x = 2$ بر نمودار تابع g مماس شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2} = 4$ باشد مقدار $(fg)'(2) + f'(1)$ را محاسبه کنید.</p> 	۹
۱	<p>فرض کنید $f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 - 3x}}{x+1}$ حاصل حد زیر را بیابید.</p> $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$	۱۰
۱.۵	<p>پیوستگی و مشتق پذیری تابع $f(x) = [x] \sin x$ را در $x = 0$، بررسی کنید.</p>	۱۱
۱.۵	<p>مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) $f(x) = \sin^2(\tan \frac{1}{x})$</p> <p>ب) $g(x) = \sqrt{\frac{\sqrt{x} - 2x}{\sqrt[3]{x+x}}}$</p>	۱۲
۱	<p>۱- در تابع با ضابطه $g(x) = \sqrt{x} - \frac{2}{x}$ آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = 1$ و آهنگ تغییر متوسط در بازه‌ی $[1, 4]$ را به دست آورید.</p>	۱۳
۱	<p>۲- اگر $g(x) = \frac{x^2+1}{x}$ و $(f \circ g)'(1) = 3$ باشد. $f'(2)$ را بیابید.</p>	۱۴
۲	<p>جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ را رسم کنید.</p>	۱۵
۱	<p>تابع $f(x) = ax^3 + bx^2$ مفروض است ضرایب a و b تعیین کنید به طوری که $A(1, 2)$ نقطه‌ی عطف تابع باشد.</p>	۱۶

پیروز و سربلند باشید.

محمدرضا الیزدی / کرمان

توجه: اگر وقت کم دارید

سئوالات \star را حل کنید

هم سئوالات مفید و هم سخت‌تر

و باقی سئوالات آسان است

\rightarrow سطح امتحان: متوسط رو به آسان

سؤال

الف) $f'(x) = -4x + 4 \leftarrow$ درست

ب) صحیح

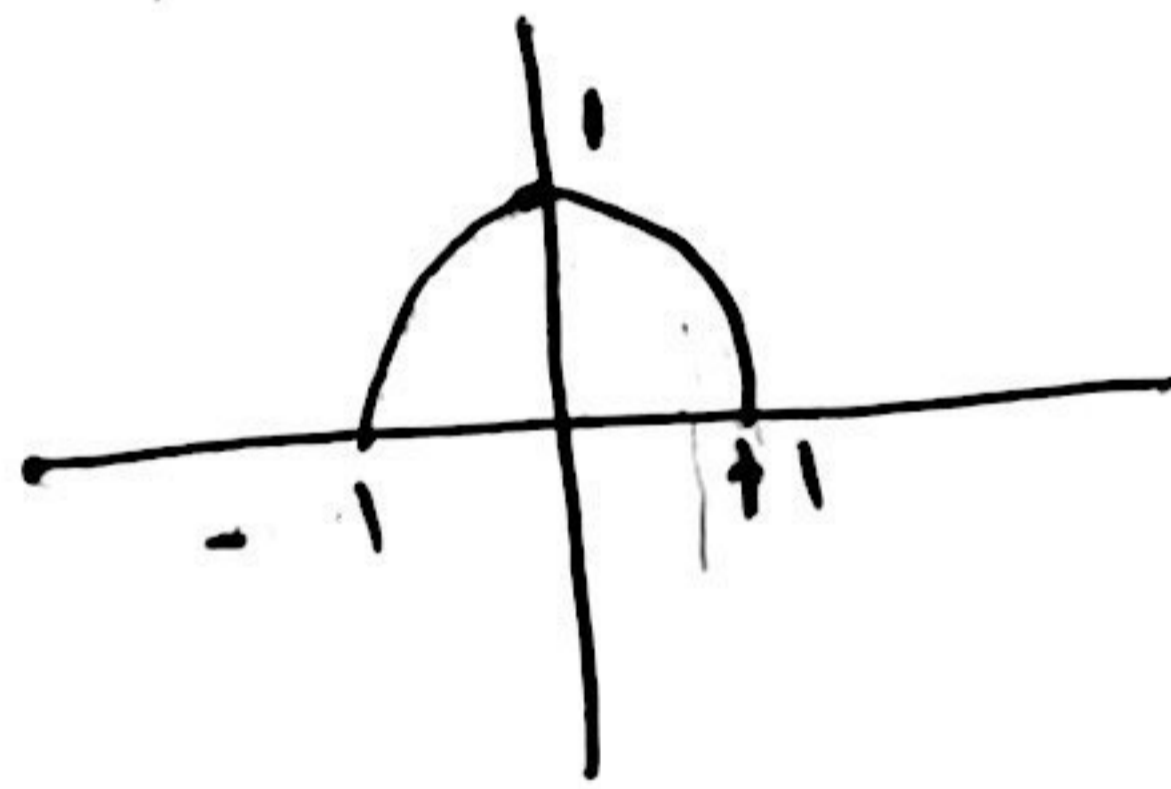
ج) زیرا تعریف نشده است؛ غلط

د) غلط زیرا عدد در این نقطه بی نهایت است

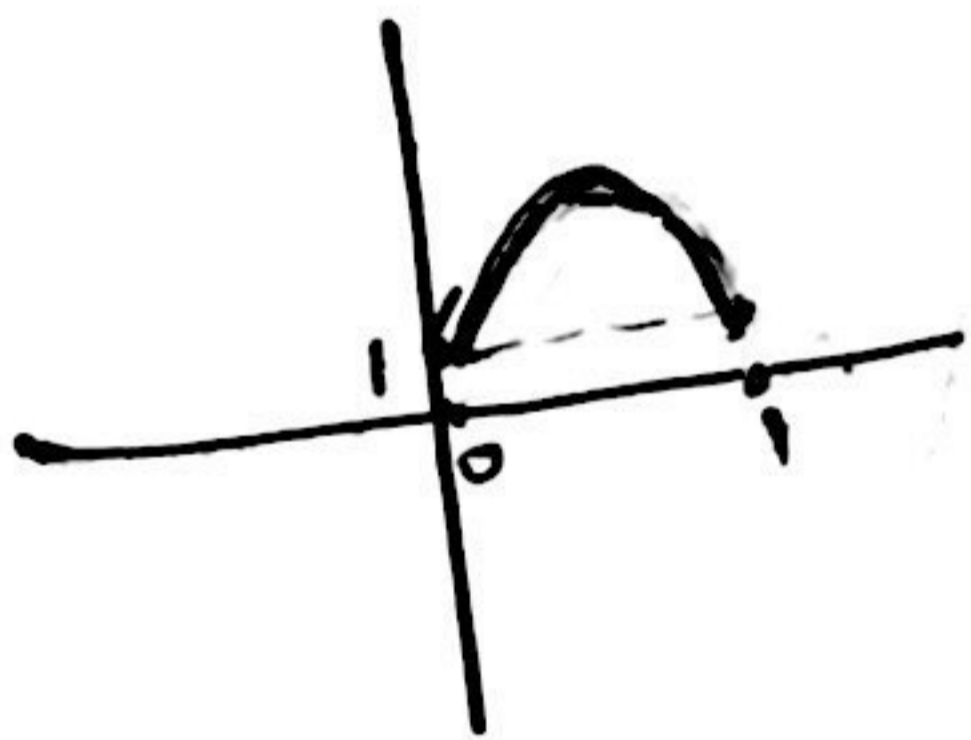
سؤال ۱: الف $x > \frac{1}{4}$

ب) $-\frac{\pi}{2}$

سؤال ۲: الف



ب)



Mianborplus.ir

$x = -2 \rightarrow -8 + 4a - 2 + b = 0$

$x = 1 \rightarrow 1 + a + 1 + b = 4$

$a = \frac{1}{2}$

$b = \frac{3}{2}$

سؤال ۳:

\star

سؤال ۴: در صورت معلوم \leftarrow یا $\sin = 1$ یا $\sin = 0$ و غیره

$x = \frac{\pi}{2}, 0, \pi$

\star

$$h=0 \rightarrow y = a \sin \frac{\pi}{r} + c \rightarrow y = a + c \quad \left. \begin{array}{l} a = 4 \\ b = \pi \\ c = -2 \end{array} \right\}$$

$$h=r \rightarrow -4 = a \sin \pi \left(\frac{1}{r} - rb\right) + c$$

سوال 4

الف) $\frac{r-1}{0} = -\infty$

سوال 7

ب) $= \frac{|a|}{ra} \rightarrow \frac{-a}{ra} = -\frac{1}{r}$

☆

$\lim_{h \rightarrow \infty} f(h) = \frac{ra}{|ra|} \rightarrow +2$

مجاذب افقی

سوال 1

$h = \pm 1 \rightarrow$ مجاذب قائم

$f'(r) y(r) + y'(r) f(r) + f'(1)$

$$= \frac{r}{r} \times 4 + \frac{r}{r} \times 4 + \frac{r}{r} = 7/5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f'(r) = \frac{r}{r} \\ y(r) = 4 \\ y'(r) = \frac{r}{r} \\ f(r) = 4 \end{array} \right.$$

سوال 9

☆

Mianborplus.ir

$\lim_{h \rightarrow 1} f(h) = \frac{\sqrt{h}}{r}$

تعريف ليمت

نقطه ريبوسه است $\leftarrow \lim_{h \rightarrow 1} f(h)$

سوال 12

الف) $= \frac{1}{r \sqrt{\sqrt{h} - ra}} \times \frac{(\frac{1}{r\sqrt{h}} - r)(\sqrt{h} + ra) - (\frac{1}{r\sqrt{h}} + 1)(\sqrt{h} - ra)}{(\sqrt{h} + ra)^2}$

☆

ب) $= r \sin(\tan \frac{1}{h}) \cos(\tan \frac{1}{h}) \times (1 + \tan^2 \frac{1}{h}) \times (-\frac{1}{h^2})$

سوال ۱۳: $y'(1) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{2\sqrt{2}} = 2/\sqrt{2} \rightarrow$ کظای

$\frac{-1 + \cancel{1/\sqrt{2}}}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow$ کظای

* $f'(y(a)) + y'(a) \xrightarrow{a=1} f'(2) + \frac{2a^2 - (a^2+1)}{a^2}$; سوال ۱۴

$\rightarrow f'(2) + 0 = 2 \rightarrow f'(2) = 2$

$\begin{cases} a + b = 2 \\ 2a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -2$

$b = 4$

سوال ۱۴



تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۱ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه ساعت شروع: ۱۰ صبح تعداد سؤالات: ۱۶ سؤال طراح سؤال: قاسمیان	به نام آنکه جان را فکرت آموخت	کلید آزمون درس: حسابان ۲ پایه: دوازدهم رشته: ریاضی
	اداره کل آموزش و پرورش استان کهگیلویه و بویراحمد معاونت آموزش متوسطه کلید سؤالات شبه نهایی / منطقه ----- اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	نام و نام خانوادگی: ----- نام آموزشگاه: -----

تعداد صفحات: ۴ ((الابد ذکر الله مطمئن القلوب)) - همانا با یاد خداوند دلها آرام می گیرد.

ردیف راهنمای تصحیح حسابان ۲ صفحه: ۱ بارم

۱		الف) درست ب) درست ج) نادرست د) نادرست	۱
---	--	--	---

۰.۷۵		الف) $(-\infty, 1)$ ب) $x = \frac{\pi}{2}$ و $x = 0$	۲
------	--	---	---

۱.۲۵

$f(x) = -x^2 + 1$
 $g(x) = f(x) + 1$
 $D_g = [0, 1]$, $R_g = [1, 2]$

$x \mid -1 \quad 0 \quad 1$
 $f(x) = -x^2 + 1 \mid 0 \quad 1 \quad 0$

$x \mid 0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$
 $f(x) + 1 \mid 1 \quad 2 \quad 1$

به هر دو رسم که رسم شده باشد درست در نظر گرفته شود

۱.۲۵

$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2, R = P(-2) = 0 \Rightarrow -1 + 4a - 2 + b = 0$
 $\Rightarrow 4a + b = 1$

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1, R = P(1) = 4$
 $1 + a + 1 + b = 4 \Rightarrow a + b = 2$

$\begin{cases} -a - b = -2 \\ 4a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow$

$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$, $\frac{1}{3} + b = 2 \Rightarrow b = \frac{5}{3}$

۱.۲۵	$\sin x + \cos x = 1$ $\sin x = 1 - \cos x$ $\sin^2 x = (1 - \cos x)^2$ $\sin^2 x = 1 - 2\cos x + \cos^2 x$ <p style="text-align: center;">طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم.</p> <p style="text-align: center;">استفاده از رابطه $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$</p> $1 - \cos^2 x = 1 - 2\cos x + \cos^2 x$ $2\cos^2 x - 2\cos x = 0$ $2\cos x(\cos x - 1) = 0 \Rightarrow 2\cos x = 0 \text{ یا } \cos x - 1 = 0$ $2\cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ $\cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 0, 2\pi$	۵
------	---	---

۱.۵	$y = a \sin \pi \left(\frac{1}{2} - bx \right) + c \longrightarrow y = a \sin \left(\frac{\pi}{2} - b\pi x \right) + c \longrightarrow y = a \cos(b\pi x) + c$ <p>I) $\frac{1}{2}T = 2 \longrightarrow T = 4 \longrightarrow T = \frac{2\pi}{ b } \longrightarrow 4 = \frac{2\pi}{ b\pi } \longrightarrow b = \frac{1}{2} \longrightarrow b = \frac{1}{2}$</p> <p>II) $\max - \min = 2 a \longrightarrow 2 - (-6) = 2 a \longrightarrow a = 4 \longrightarrow \boxed{a = 4}$</p> <p>III) $\max = a + c \longrightarrow 2 = 4 + c \longrightarrow \boxed{c = -2}$</p>	۶
-----	---	---

۱.۲۵	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x^2] - [x]^2}{x^2 - 4} = \frac{2}{0^-} = +\infty$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 2^-} [x^2] - [x]^2 = 3 - 1 = 2$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 - 4 = 0^-$ <i>نقطه صفر</i></p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x}}{2x - 1} = \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{ x }{2n} = \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{-x}{2n} = -\frac{1}{2}$ <i>نقطه صفر</i></p>	۷
------	---	---

۱.۵	<p>$x = 1 \Rightarrow x = \pm 1$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x - 3}{ x - 1} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$</p> <p>$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$ <i>جانب‌های قائم</i></p> <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 3}{ x - 1} = 2$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 3}{ x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 3}{-x - 1} = -2$</p> <p>جانب‌های افق $\begin{cases} y = 2 \\ y = -2 \end{cases}$</p>	۸
-----	--	---

$$\text{شیب خط مماس} = m = g'(r) = \lim_{x \rightarrow r} \frac{g(x) - g(r)}{x - r} = 4$$

$$y - 1 = 4(x - 0) \Rightarrow y = 4x + 1 \quad \text{معادله خط مماس}$$

$$f(x) = 4x + 1 \Rightarrow$$

$$g(r) = f(r) = 1$$

$$f'(r) = g'(r) = 4, \quad f'(1) = 4$$

$$(fg)'(r) + f'(1) = f'(r)g(r) + f(r)g'(r) + f'(1) = 4 \times 1 + 1 \times 4 + 4 = 12$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'(1) \quad f'(x) = \frac{\frac{4x-3}{2\sqrt{2x^2-3x}}(x+1) - (\sqrt{2x^2-3x})}{(x+1)^2}$$

$f'(1)$ وجود ندارد
 زیرا رادیکال به از $x=1$ منفی می شود
 به روش های دیگر نشان داده شود وجود ندارد درست در نظر گرفته شود

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} [x] \sin x = 0 \times 0 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} [x] \sin x = -1 \times 0 = 0$$

$$f(0) = 0$$

تابع در $x=0$ پیوسته است

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x] \sin x - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} [x] \times 1 = 0$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x] \sin x - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} [x] \times 1 = -1$$

تابع در $x=0$ مشتق پذیر نیست

$$f(x) = -\frac{2}{x^2} (1 + \tan \frac{1}{x}) \cos(\tan \frac{1}{x}) \sin(\tan \frac{1}{x})$$

۵/۷۵

$$g'(x) = \frac{(\frac{1}{\sqrt{x}} - 2)(\sqrt{x} + x) - (\frac{1}{\sqrt{x}} + 1)(\sqrt{x} - 2x)}{(\sqrt{x} + x)^2}$$

$$2\sqrt{\frac{\sqrt{x} - 2x}{\sqrt{x} + x}} \quad 9/۷۵$$

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{2}{x^2}$$

$$x=1 \text{ آهنگ تغییر لحظه‌ای در } = g'(1) = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

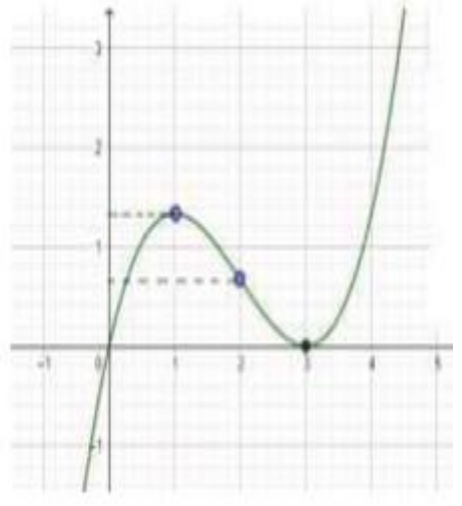
$$\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{g(4) - g(1)}{4 - 1} = \frac{(\sqrt{4} - \frac{2}{4}) - (\sqrt{1} - \frac{2}{1})}{3} = \frac{\frac{3}{2} + 1}{3} = \frac{5}{6}$$

$(f \circ g)'(1) = g'(1) f'(g(1)) = 3 \Rightarrow f'(2) = 3 \Rightarrow$ غیر ممکن
 را $f'(2)$ بدست نمی آید و تعریف نمی شود

$g(1) = \frac{1^2+1}{1} = 2 \quad g'(x) = \frac{2x(x) - (x^2+1)}{x^2} \Rightarrow g'(1) = 0$

$f'(x) = x^2 - 4x + 3 \quad (0/25) \quad f''(x) = 2x - 4$

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f''(x)$	⌒	⌒	⌒	⌒	⌒	
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	\searrow	\searrow	\nearrow	$+\infty$
		Max نسبی	نقطه عطف	Min نسبی		



$f'(x) = 3ax^2 + 2bx \quad f''(x) = 6ax + 2b$
 $f''(1) = 0 \Rightarrow 6a + 2b = 0$
 $f(1) = 2 \Rightarrow a + b = 2$
 $\Rightarrow \begin{cases} b = -3a \Rightarrow b = 3 \\ a - 3a = 2 \Rightarrow a = -1 \end{cases}$

پیروز و سربلند باشید.