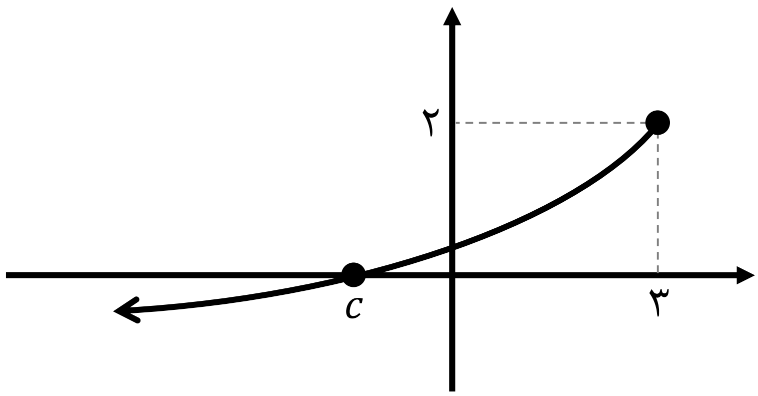
سوالات درس: حسابان ۱		رشته : ریاضی
مدت امتحان : 120 دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
برگزار شده در : خوزستان		منبع دانلود : قلم چی

صفحه اول

ردیف	پرسش ها	بارم
۱	درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید. ۱) حاصل عبارت ۲۰۰ + ... + ۶ + ۴ + ۲ برابر ۱۰۱۰۰ است. ( ) ۲) معادله $\sqrt{x^{۲}-۱}+\sqrt{x-۱}=۰$ دارای یک ریشه حقیقی است. ( ) ۳) حاصل عبارت $[\sqrt{۱}]+[\sqrt{۲}]+[\sqrt{۳}]+\cdots+[\sqrt{۲۰}]$ برابر ۱۲ است. ( ) ۴) دو تابع g و f مساوی اند اگر و تنها اگر $R_f=R_g$ و $D_f=D_g$. ( )	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت یا کلمه مناسب کامل کنید الف) مجموعه صفرهای تابع با ضابطه $f(x)=x^{۲}+\frac{۱}{x}$ برابر است با .... ب) دامنه تابع f با ضابطه $f(x)=\sqrt{x-\|x\|}$ برابر است با : .... پ) مجموعه جواب معادله $[x]+[۲x]+[۳x]=۱$ برابر است با : .... ت) فاصله نقطه ی $A(-۲و۱)$ از خط $y=x+۱$ برابر با .... است.	۲
۳	در یک دنباله حسابی جملات دوم و هشتم قرینه اند و جمله هفتم این دنباله ۴ است. مجموع ۸ جمله اول این دنباله را بدست آورید.	۱/۵
۴	اگر β و α ریشه های معادله $x^{۲}=x+۳$ باشند معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن $\frac{\beta}{\alpha}$ و $\frac{\alpha}{\beta}$ باشند .	۱/۵
۵	مجموعه جواب معادله زیر را بیابید . $\frac{۱}{x^{۲}+x}+\frac{۱}{x^{۲}+۳x+۲}=\frac{۱}{۴}$	۱/۵
۶	به روش هندسی تعداد جواب های معادله $\|x^{۲}-۴\|=\|x+۱\|$ را بدست آورید.	۱
۷	اگر $a<۰<-b$ حاصل عبارت $\|۳a\|+\|b\|۲-\|a+b\|$ را بدون قدرمطلق بیابید .	۱

ادامه سوالات در صفحه ی ۲

ردیف	صفحه ی دوم	بارم
۸	نقاط $A(۰و۳)$ و $B(۳و-۱)$ و $C(۵و۱)$ سه رأس مثلثی هستند . فاصله رأس B تا میانه وارد بر ضلع BC چقدر است ؟	۱/۵
۹	اگر معادله دو ضلع مجاور یک مستطیل $۴x + my = ۲m + ۱$ و $۳x - ۴y = -۱$ باشند و یک راس آن $A(-۱،۲)$ باشد، مساحت مستطیل را به‌دست آورید.	۱/۵
۱۰	اگر دو تابع $f(x) = \frac{۴}{x+۳}$ و $g(x) = \frac{۴bx+c}{x^۲+ax+۹}$ مساوی باشند، مقادیر a و b و c را به‌دست آورید.	۱/۵
۱۱	اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{۴x-۲}{mx^۲+nx+۱}$ مساوی $D_f = \left(-\infty . \frac{۱}{۲}\right) \cup \left(\frac{۱}{۲} . +\infty\right)$ باشد . مقدار n و m را حساب کنید .	۱/۲۵
۱۲	نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x\left[\frac{x}{۳}\right]$ در بازه $(-۳ . ۳)$ رسم کنید .	۱
۱۳	اگر $f^{-۱}(x) = x^۳ + x + ۱$ و $g(x) = ۲f(x-۱) + ۱$ باشد . مقدار $g^{-۱}(۳)$ را بدست آورید .	۱/۵
۱۴	دو تابع $f = \{(۷و۴) . (۵ و ۲) ، (۳و ۵) ، (۴و۷)\}$ و $g(x) = \frac{x}{x+۱}$ مفروض اند . اگر $f^{-۱}(g(۴a)) = ۵$ مقدار عددی a را حساب کنید.	۱/۲۵
۱۵	شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = a - \sqrt{b-x}$ است . مقادیر c و b و a را حساب کنید .  	۱
	جمع	۲۰

پاسخ تشریحی حسابان ۱ - فرزانگان - خوزستان تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰ احسان تقی زاده

سوال ۱) الف) درست ۲) درست ۳) نادرست ۴) درست

سوال ۲) الف) -1 ب) $x \geq 0$ ت) $\sqrt{2}$

سوال ۳)

$$\begin{cases} a_2 = -a_8 \longrightarrow a_1 + d = -a_1 - 7d \Rightarrow 2a_1 + 8d = 0 \rightarrow a_1 = -4d \\ a_7 = 4 \longrightarrow a_1 + 6d = 4 \xrightarrow{a_1 = -4d} -4d + 6d = 4 \Rightarrow 2d = 4 \Rightarrow d = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_1 = -8$$

$$\Rightarrow S_8 = \frac{8}{2}\left[2a_1 + 7d\right] = 4\left[2 \times (-8) + 7(2)\right] = 4\left[-16 + 14\right] = -8$$

سوال ۴)

$$x^2 - x - 3 = 0 \longrightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ \alpha\beta = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{\alpha}{\beta} \\ x_2 = \frac{\beta}{\alpha} \end{cases} \longrightarrow x_1 + x_2 = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}$$

$$P = x_1 x_2 = 1$$

$$\Rightarrow S = x_1 + x_2 = \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{1^2 - 2(-3)}{-3} = \frac{1+6}{-3} = \frac{-7}{3}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{7}{3}x + 1 = 0$$

سوال ۵)

$$\frac{x+2+x}{x(x+1)(x+2)} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2(x+1)}{(x+1)(x)(x+2)} = \frac{1}{4} \xrightarrow{x \neq -1}$$

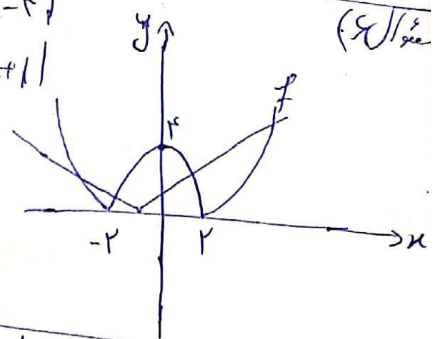
$$\frac{2}{x(x+2)} = \frac{1}{4} \Rightarrow 8 = x^2 + 2x \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \rightarrow (x+4)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -4 & \text{ق ق} \\ x = 2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

سوال ۶)

$$\underbrace{|x^2 - 4|}_{f(x)} = \underbrace{|x+1|}_{g(x)} \qquad f(x) = |x^2 - 4| \qquad g(x) = |x+1|$$

طبق نمودارهای f و g ، معادله‌ی فوق ۴ ریشه (جواب) دارد.



سوال ۷)

$$|a+b| - 2|b| + |3a| = -a - b + 2b - 3a = -4a + b$$

$$a < 0 < -b \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$$

سوال ۸)

$$M \left| \begin{array}{l} \frac{x_B + x_C}{2} \\ \frac{y_B + y_C}{2} \end{array} \right. \Rightarrow M \left| \begin{array}{l} \frac{3+5}{2} \\ \frac{1-1}{2} \end{array} \right. \longrightarrow \underbrace{M \left| \begin{array}{l} 4 \\ 0 \end{array} \right.}_{\text{وسط } BC} , \; A \left| \begin{array}{l} 0 \\ 3 \end{array} \right.$$

$$m_{AM} = \frac{0-3}{4-0} = \frac{-3}{4}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + b \xrightarrow{A(0,3)} b = 3 \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + 3 \quad , \; B \left| \begin{array}{l} 3 \\ -1 \end{array} \right.$$

$$y + \frac{3}{4}x - 3 = 0 \rightarrow d = \frac{\left|3 \times (\frac{3}{4}) + 1 \times (-1) - 3\right|}{\sqrt{1^2 + (\frac{3}{4})^2}} = \frac{\left|\frac{9}{4} - 1 - 3\right|}{\sqrt{1 + \frac{9}{16}}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{7}{5}$$

سؤال ۹)

$$\begin{cases} 3x-4y=-1 \longrightarrow m_1=\dfrac{-a}{b}=\dfrac{-3}{-4}=\dfrac{3}{4} \\ 4x+my=3m+1 \longrightarrow m_2=\dfrac{-a}{b}=\dfrac{-4}{m} \end{cases} \xrightarrow[\text{عمودند}]{\text{دو خط بر}} m_1 m_2=-1$$

$A(-1,2)$ $\Rightarrow \dfrac{3}{4}\times\left(\dfrac{-4}{m}\right)=-1 \Rightarrow \dfrac{-3}{m}=-1 \Rightarrow m=3$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x-4y+1=0 \rightarrow \text{طول}=\dfrac{|-3-8+11|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{10}{\sqrt{25}}=\dfrac{10}{5}=2 \\ 4x+3y-7=0 \longrightarrow \text{عرض}=\dfrac{|-4+3\times2-7|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{25}}=\dfrac{5}{5}=1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ مساحت مستطیل $=2\times1=2$

سؤال ۱۰)

$f(x)=g(x) \Rightarrow \begin{cases} D_f=D_g \\ R_f=R_g \end{cases} \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{-3\}$

$\Rightarrow (x+3)^2=x^2+ax+9$

$x^2+6x+9=x^2+ax+9$

$\Rightarrow \boxed{a=6}$

$\Rightarrow \dfrac{4}{x+3}=\dfrac{4bx+c}{(x+3)^2}$

$\Rightarrow 4x+12=4bx+c \Rightarrow \begin{cases} 4b=4 \Rightarrow b=1 \\ c=12 \end{cases}$

سؤال ۱۱)

$D_f=\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right) \longrightarrow m\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=mx^2+nx+1$

$\Rightarrow m\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)=mx^2+nx+1$

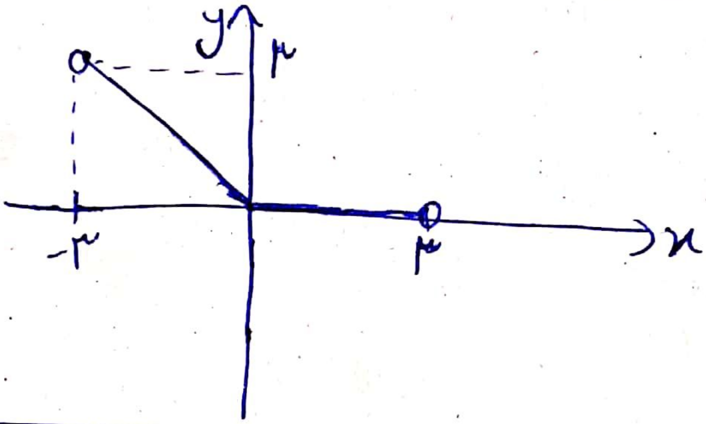
$\Rightarrow mx^2-mx+\frac{1}{4}m=mx^2+nx+1 \Rightarrow \begin{cases} n=-m \Rightarrow n=-4 \\ \frac{1}{4}m=1 \Rightarrow m=4 \end{cases}$

سوال ۱۲)

$$f(x)=x\left[\frac{x}{3}\right]$$

$$-3<x<0 \rightarrow -1<\frac{x}{3}<0 \rightarrow \left[\frac{x}{3}\right]=-1 \rightarrow y=-x$$

$$0\leq x<3 \longrightarrow 0\leq\frac{x}{3}<1 \rightarrow \left[\frac{x}{3}\right]=0 \rightarrow y=0$$



سوال ۱۳)

$$\begin{cases} f^{-1}(x)=x^3+x+1 \\ g(x)=2f(x-1)+1 \end{cases} \Rightarrow 3=2f(a-1)+1 \Rightarrow \boxed{f(a-1)=1} \quad (1)$$

$$g^{-1}(3)=? \rightarrow g^{-1}(3)=a \rightarrow g(a)=3$$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} f^{-1}(1)=a-1 \Rightarrow f^{-1}(x)=x^3+x+1 \Rightarrow 1^3+1+1=a-1$$

$$\Rightarrow 3=a-1 \Rightarrow \boxed{a=4} \Rightarrow g^{-1}(3)=4$$

سوال ۱۴)

$$f^{-1}=\{(4,7),(5,3),(2,5),(7,4)\} \qquad g(x)=\frac{x}{x+1}$$

$$f^{-1}(g(4a))=5 \Rightarrow f^{-1}(2)=5 \Rightarrow g(4a)=2 \Rightarrow \frac{4a}{4a+1}=2$$

$$\Rightarrow 2a=4a+1 \Rightarrow -2a=1 \Rightarrow a=\frac{-1}{2}$$

سوال ۱۵)

$$f(x)=-\sqrt{b-x}+a \rightarrow D=x\leq 3 \Rightarrow b-x\geq 0 \rightarrow b\geq x$$

$$\Rightarrow x\leq b \Rightarrow \boxed{b=3} \Rightarrow \boxed{a=2} \Rightarrow f(x)=-\sqrt{3-x}+2$$

$$\Rightarrow f(x)=0 \Rightarrow \sqrt{3-x}=2 \Rightarrow 3-x=4 \Rightarrow \boxed{x=-1} \Rightarrow \boxed{c=-1}$$