

رشته : ریاضی	<p>Mianborplus آکادمی ریاضی میانبرپلاس</p>	سوالات درس: حسابان ۱
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
منبع دانلود: قلم چی		برگزار شده در: تهران

ردیف	سؤالات	نمره
۰/۷۵	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) مجموع <math>1 + 3 + 5 + \dots + 15</math> برابر <math>64</math> است.</p> <p>(ب) معادله <math>\sqrt{x-1} + \sqrt{x^2 - 3x + 2} = 0</math> دو جواب دارد.</p> <p>(پ) دو تابع <math>f(x) = 2 \log x</math> و <math>g(x) = \log x^2</math> با هم مساویند.</p>	۱
۱	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>(الف) اگر <math>\{ (3, -7), (2, 5), (-1, 2), (5, 6), (3, -4) \}</math> باشد، آنگاه <math>g = \{(3, -7), (2, 5), (-1, 2), (5, 6), (3, -4)\}</math> باشد، آنگاه <math>f = \{(1, 2), (3, -4), (2, 5), (-1, 2), (5, 6)\}</math> باشد. <math>gof^{-1}(-4)</math> برابر با ..... است.</p> <p>(ب) نمودارهای دو تابع <math>y = (\frac{1}{2})^x</math> و <math>y = 2^x</math> همدیگر را در نقطه ..... قطع می‌کنند.</p> <p>(پ) اگر <math>A = \sqrt{10^{(\log 4 + 2 \log 3)}}</math> باشد، آنگاه مقدار <math>A</math> برابر با ..... است.</p>	۲
۰/۵	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>(الف) اگر <math>[3x - 1] = 5</math> باشد، حدود <math>x</math> کدام است؟</p> <p><math>\frac{5}{3} \leq x &lt; 2</math> (۴)      <math>2 \leq x &lt; \frac{7}{3}</math> (۳)      <math>2 \leq x &lt; 3</math> (۲)      <math>3 \leq x &lt; 4</math> (۱)</p> <p>(ب) چه تعداد از توابع زیر در <math>x</math> حد ندارند؟</p> <p><math>h(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}</math>.      <math>g(x) = \frac{x+2}{ x }</math>.      <math>f(x) = \sqrt{1 - x}</math>.</p> <p>۴) صفر      ۱) ۳      ۲) ۲      ۳) ۱</p>	۳
۰/۵	<p>(پ) برای تابع با ضابطه <math>f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}</math> کدام گزینه درست نیست؟</p> <p>(۱) تابع در همسایگی <math>0/9</math> تعریف شده است.</p> <p>(۲) تابع در همسایگی <math>1</math> تعریف نشده است.</p> <p>(۳) تابع در همسایگی محدود صفر تعریف شده است.</p> <p>(۴) تابع در همسایگی راست <math>1</math> تعریف شده است.</p>	

	به سوالات زیر، پاسخ کوتاه دهید.	
۱	<p>الف) معادله <math>x^2 + (2m+1)x + 3m - 1 = 0</math> دو ریشه قرینه دارد، مقدار <math>m</math> کدام است؟</p> <p>ب) نمودار وارون تابع <math>f(x) = \sqrt{x+1}</math> از کدام نواحی محورهای مختصات می‌گذرد؟</p> <p>پ) تابع <math>[x] = f(x)</math> در بازه <math>[3, k]</math> پیوسته است. حداقل مقدار <math>k</math> چقدر است؟</p>	۴
۱	صفرهای تابع $f(x) = (x^2 - 1)^2 - (x^2 - 1) = 6$ را بیابید.	۵
۱	ابتدا نمودار تابع $y = x - \frac{x}{ x }$ را رسم کنید، سپس به ازای $y = 2$ معادله را به روش هندسی حل کنید.	۶
۱	مثلث $ABC$ با سه راس $A(-3, 2)$ و $B(2, 4)$ و $C(0, 6)$ مفروض است. طول ارتفاع $AH$ را بیابید.	۷
۱/۵	<p>اگر <math>g(x) = \frac{1}{x^2 - 1}</math> و <math>f(x) = \sqrt{x - 4}</math> دو تابع باشند، مطلوب است محاسبه:</p> <p>الف) دامنه تابع <math>gof</math></p> <p>ب) دامنه تابع <math>\frac{g}{f}</math></p>	۸
۲	<p>الف) نامعادله نمایی مقابل را حل کنید.</p> <p><math>(64)^{\frac{x}{3}-2} \geq (\sqrt[4]{4})^{16x}</math></p> <p>ب) ابتدا معادله لگاریتمی <math>\log(x-2) = 3\log 2 - \log(x-4)</math> را حل کرده و سپس حاصل <math>\log_{\frac{1}{27}}\sqrt{x-3}</math> را به دست آورید.</p>	۹
۱/۲۵	<p>نمودار توابع زیر را رسم کنید.</p> <p>الف) <math>y = -\log_2(x-1)</math></p> <p>ب) <math>y =  \cos x  + 1 \quad (0 \leq x \leq 2\pi)</math></p>	۱۰
۰/۷۵	<p>الف) شعاع دوچرخه‌ای ۳۶ سانتی‌متر است. اگر چرخ <math>100^\circ</math> بچرخد، چه مسافتی بر حسب سانتی‌متر توسط دوچرخه طی می‌شود؟</p> <p><math>(\pi \approx 3)</math></p>	۱۱
۱/۵	<p>ب) اگر <math>5 \cot 34^\circ</math> باشد، مقدار <math>\frac{2\sin(326^\circ) - 3\sin(-56^\circ)}{\cos(-34^\circ) + \cos(214^\circ)}</math> را بیابید.</p>	
صفحه ۲ از ۳		

۱	<p>اگر <math>\alpha</math> زاویه‌ای حاده و <math>\beta</math> زاویه‌ای منفرجه و <math>\cos \beta = -\frac{\sqrt{2}}{2}</math> و <math>\sin \alpha = \frac{3}{5}</math> را محاسبه کنید.</p>	۱۲
۰/۵	<p>نمودار تابعی را رسم کنید که در همسایگی <math>3</math> تعریف شده و در این نقطه حد داشته باشد ولی پیوسته نباشد.</p>	۱۳
۰/۵	<p>با توجه به نمودار <math>(x)</math> حدود زیر را بیابید.</p> <p>(الف) <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} [f(x)]</math></p> <p>(ب) <math>[\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)]</math></p>	۱۴
۲/۵	<p>حدهای زیر را بیابید.</p> <p>(الف) <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 + x - 6}</math></p> <p>(ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x -  x }{[x+1] - x}</math></p> <p>(پ) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2x - \pi}</math></p>	۱۵
۱/۲۵	<p>مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری بیابید که تابع <math>f(x)</math> در نقطه <math>x = 0</math> پیوسته باشد.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} & x < 0 \\ a & x = 0 \\ [-x] + b & x > 0 \end{cases}$	۱۶

صفحه‌ی ۳ از ۳

جمع بارم : ۲۰ نمره

ردیف

راهنمای تصحیح

محل مهر یا اعضا، مدیر

۱) الف) درست (۰,۲۰) ب) نادرست (۰,۲۰)

۲) الف) درست (۰,۲۰) ب) نادرست (۰,۲۰)  $g(3) = -7$

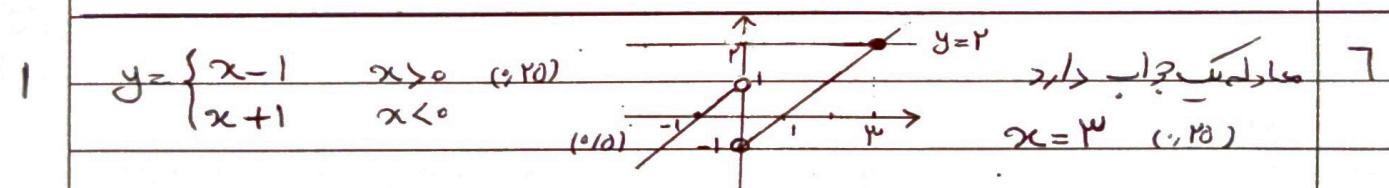
۳) الف) خوب  $[3x] = 7 \Rightarrow 7 \leq 3x < 10 \rightarrow 2 \leq x < \frac{10}{3}$

۴) ب) خوب

۵) ب) خوب  $D = [-1, 1] - \{0\}$

۶) الف) درست (۰,۲۰) ب) اول حمام (۰,۲۰)  $m+1=0 \Rightarrow m=-1$

۷)  $x^2 - 1 = t \Rightarrow t^2 - t - 7 = 0 \Rightarrow (t-4)(t+2) = 0$   
 $\begin{cases} t=4 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \\ t=-2 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$

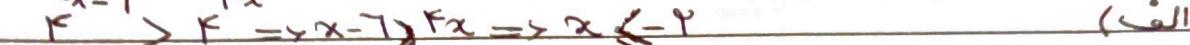


۹)  $m_{BC} = -1$  (۰,۲۰)  $BC$  لمسه:  $y + x - 7 = 0$  (۰,۲۰)  $AH = \frac{|2-3-7|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۰,۰)  $\checkmark$

امضا: سید علی

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: ۰۰ نمره

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱/۱	$D_{gof} = \{x \in [k, +\infty) \mid \sqrt{x-k} \neq +1\} = [k, \infty) \cup (\omega, +\infty)$ الف)	۱
۱/۲	$D_g = (R - \{-1\} \cap [k, +\infty)) - \{\frac{k}{k}\} = (k, +\infty)$ ب)	
۰/۱۵	$k-x \geq k \Rightarrow x-k \geq 0 \Rightarrow x \leq k$ الف)	۹
۱/۲۰	$\log(x-k) = \log \frac{1}{x-k} \Rightarrow x-k = 0 \Rightarrow x(x-k) = 0 \Rightarrow x=0 \text{ or } x=k$ ب)	۸
۱/۲۵	$\log \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \log \frac{\sqrt[4]{9}}{\sqrt[4]{4}} = -\frac{1}{4}$ (۰/۰)	
۱/۳۰	 Graph showing two periodic functions. The solid line represents $y =  \cos x  + 1$ , which has a minimum value of 1 and a maximum value of 2. The dashed line represents $y = \cos x$ , which oscillates between -1 and 1. The graph shows the periodic nature of both functions.	
۱/۳۵	 Graph showing three logarithmic functions: $y = \log_2 x$ (solid), $y = \log_2(n-1)$ (dashed), and $y = -\log_2(n-1)$ (dotted). The solid line passes through (1,0). The dashed line has a vertical asymptote at x=1. The dotted line has a vertical asymptote at x=2.	۱۰
۰/۰/۰	$100 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{9}$ $L = r \cdot \alpha \Rightarrow L = 37 \times \frac{5\pi}{9} = 20\pi \approx 70 \text{ cm}$ الف)	۱۱
۱/۰/۰	$-2\cos 32^\circ + 3\cos 34^\circ$ ب) صورت رفعی $\div 1 - \cos 34^\circ = \frac{2\cos 32^\circ}{\cos 34^\circ} = \frac{2\cos 32^\circ}{2\sin^2 17^\circ} = \frac{2\cos 32^\circ}{2(0.25)} = 8$ (۰/۰/۰)	۱۲
۱/۰/۱	$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{q}{r^2}} = \frac{F}{r}$ (۰/۰/۱) $\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{p}{r^2}} = \frac{\sqrt{r-p}}{r}$ (۰/۰/۱), $\cos(\alpha - \beta) = \frac{F}{r} \times \left(-\frac{\sqrt{r-p}}{r}\right) + \frac{p}{r} \times \frac{\sqrt{r-p}}{r} = \frac{p}{r^2}$ (۰/۰/۱)	۱۳
۰/۰/۰	 Graph showing a curve passing through the origin (0,0).	
۰/۰/۱	امضا: 	
۰/۰/۰	نام و نام خانوادگی مصحح:	جمع بارم ۲۰: نفره

۱۰۵

$$[1] = 1 \quad (ب)$$

$$[2^+] = 2 \quad (الف)$$

۱

$$\lim_{n \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{n+2}}{x^2 + x - 7} \times \frac{x + \sqrt{n+2}}{x + \sqrt{n+2}} = \lim_{n \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(n+4)(n+5)(n+2)} = \frac{4}{20}$$

۱۰۶

$$\lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{x+x}{-1+1-n} = \lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{2n}{-n} = -2$$

۱۰۷

$$\lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{4x-\pi} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos(\frac{\pi}{4}+t)}{4t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cancel{\cos t}'}{\cancel{4t}} = -\frac{1}{4}$$

$$x - \frac{\pi}{4} = t \rightarrow x = \frac{\pi}{4} + t$$

۱۰

۱۷

$$f(0) = a \quad (, ۲۰)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} F(x) = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^n x}{1 - \cos x} = \lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 - \cos x} = 2 \quad (, ۲۰)$$

$$\lim_{n \rightarrow 0^+} F(n) = [-c_0^+] + b = -1 + b \quad (, ۲۰)$$

$$\Rightarrow \boxed{a=2} \quad (, ۲۰) \quad -1 + b = 2 \Rightarrow \boxed{b=3} \quad (, ۲۰)$$

۱۰۸