

رشته : ریاضی		سوالات درس : حسابان ۱
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		مدت امتحان : 120 دقیقه
منبع دانلود : قلم چی		برگزار شده در : تهران

۱	<p>کامل کنید.</p> <p>۱- دامنه تابع $f(x) = \frac{-3x}{x^2+1}$ برابر است با..... .</p> <p>۲- تعداد صفرهای تابع $f(x) = x^4 - 10x^2 - 24$ برابر است با..... .</p> <p>۳- در معادله $3x^2 - 6x + 2 = 0$ مجموع ریشه ها برابر است با</p>	۱-۱
۱	مجموع جملات هفتم و سیزدهم یک دنباله حسابی برابر با ۴۰ است، مجموع نوزده جمله اول این دنباله را بدست آورید.	2
۱	نقاط $A(1,4)$ و $B(3,-2)$ دو سر قطر یک دایره اند. مختصات مرکز و طول شعاع دایره را بدست آورید.	3
۱	اگر فاصله نقطه $A(1, 2)$ از خط $ax + 4y = 1$ برابر ۲ باشد، مقدار a چقدر است؟	۴
۱/۵	اگر $f(x) = \frac{1}{x-3}$ و $g(x) = \frac{4}{x}$ باشند، دامنه وضابطه تابع $f \circ g$ و $\frac{f}{g}$ را بدست آورید.	5

۱	طول برف پاک کن عقب اتومبیلی ۳۰ سانتی متر است. فرض کنید برف پاک کن کمانی به اندازه ۱۳۵° طی کند. طول کمان طی شده توسط نوک برف پاک کن چند سانتی متر است؟	6
۱	الف) $\sin 75$ ب) $\text{Tan}\left(\frac{-7\pi}{4}\right)$	7
۱	با استفاده از روابط نسبت های مجموع دو زاویه نشان دهید $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	8
۳	تابع های زیر را رسم کنید $y = - \sin x $ $y = 1 + \log_3 x$ $y = -\sqrt{x-2} + 5$	9
۱	اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ باشد، حاصل $\log 0/15$ را بدست آورید.	10
1	معادله لگاریتمی زیر را حل کنید $\log_{\frac{1}{10}}(x^2 - 1) = -1$	-۱۱

۰/۵	۱۲- نیمه عمر عنصری ۳۰ سال است. و جرم اولیه یک نمونه از آن ۱۲۸ میلی گرم است. جرم $m(t)$ را که پس از ۳۰۰ سال باقی می ماند را بنویسید.	
.۵/۱	۱۳- نمودار تابعی را رسم کنید که در همسایگی محذوف ۲ تعریف شده باشد ولی در این نقطه حد نداشته باشد	
4	۱۴ مقدار حدهای زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x - 5} - 2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 + 3x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x}$ د) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-2}}{[x]+2}$	
1/5	۱۵ مقدار a را چنان تعیین کنید که تابع زیر در نقطه $x=1$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x < 1 \\ a & x = 1 \\ -x + 2 & x > 1 \end{cases}$	
۲۰	موفق باشید	

۱) اخرج کسر را بررسی می کنیم. مخرج کسر $x^2 + 1$ است که عبارتی همواره مثبت است پس تابع هیچ نقطه‌ی تعریف نشده‌ای ندارد و دامنه‌ی آن برابر با \mathbb{R} است.

$$x^4 - 10x^2 - 24 = (x^2 - 12)(x^2 + 2) = 0 \quad \begin{cases} x = \sqrt{12} \\ x = -\sqrt{12} \end{cases}$$

۲- دو

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{6}{3} = 2$$

۳-

جمله‌ی n ام دنباله‌ی حسابی $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$a_7 + a_{13} = a_1 + 6d + a_1 + 12d = 2a_1 + 18d = 40$$

فرمول مجموع جمله‌ات دنباله‌ی حسابی $S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$

$$S_{19} = \frac{19}{2} (2a_1 + 18d) = \frac{19}{2} \times 40 = 19 \times 20 = 380$$

۱) مرکز دایره وسط هر قطری از دایره است پس کافی است مختصات نقطه‌ی وسط پاره خط AB را بدست آوریم.

$$M = \frac{A+B}{2} = \left(\frac{3+1}{2}, \frac{4-2}{2} \right) = (2, 1)$$

فاصله‌ی مرکز از هر نقطه روی دایره برابر با شعاع است پس کافی است فاصله‌ی M تا A را بدست آوریم.

$$R = \sqrt{(2-1)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{1} = 1$$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

فرمول فاصله‌ی نقطه‌ی (x_0, y_0) از خط $ax + by + c = 0$

$$2 = \frac{|ax + 4y - 1|}{\sqrt{a^2 + 16}}$$

$$2\sqrt{a^2 + 16} = a + 4 \xrightarrow{\text{بتوان}} 4a^2 + 64 = a^2 + 11a + 16$$

$$3a^2 - 11a + 48 = 0 \quad (a-3)(3a-16) = 0 \quad \begin{cases} a=3 \\ a=\frac{16}{3} \end{cases}$$

$$f \circ g(x) = \{x \in Dg \mid g(x) \in Df\}$$

$$Df = \mathbb{R} - \{3\} \quad Dg = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$D_{f \circ g}(x) = \{x \neq 0, \frac{x}{3} \neq 3\} = \mathbb{R} - \{0, \frac{9}{3}\}$$

$$f \circ g(x) = f\left(\frac{x}{3}\right) = \frac{1}{\frac{x}{3} - 3} = \frac{1}{\frac{x-9}{3}} = \frac{3}{x-9}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = Df \cap Dg - \{x \mid g(x) = 0\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{3, 0\}$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{\frac{1}{x-3}}{\frac{x}{3}} = \frac{3}{x-3}$$

اندازه شعاع \times اندازه زاویه به رادیان = طول کمان

$$\frac{135}{360} = \frac{0}{2\pi} \rightarrow \text{اندازه زاویه به رادیان}$$

$$0 = \frac{2\pi \times 135}{360} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{طول کمان} = \frac{2\pi}{3} \times 30 = \frac{90\pi}{3} = \frac{45\pi}{1}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin 75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\tan\left(-\frac{7\pi}{4}\right) = \tan\left(-2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

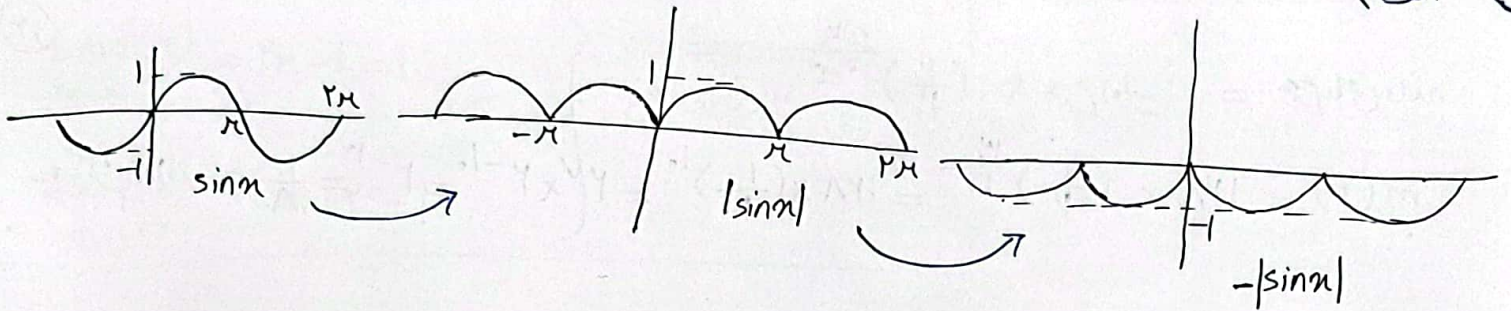
(الف) (V)

(ب)

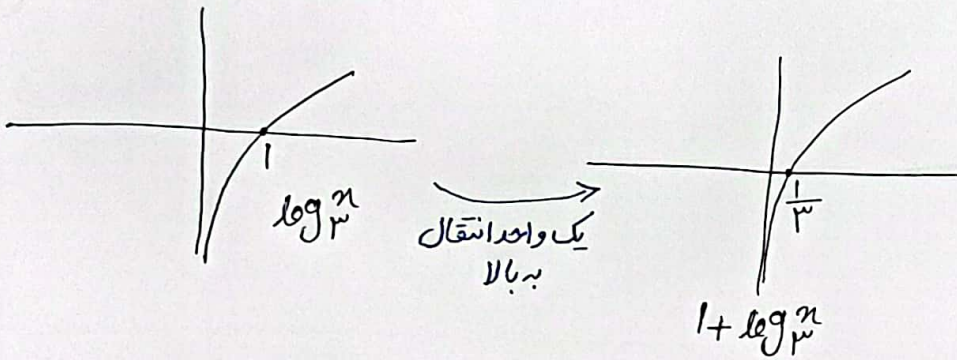
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$$

$$\sin(\alpha + \alpha) = \sin\alpha \cos\alpha + \cos\alpha \sin\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha$$

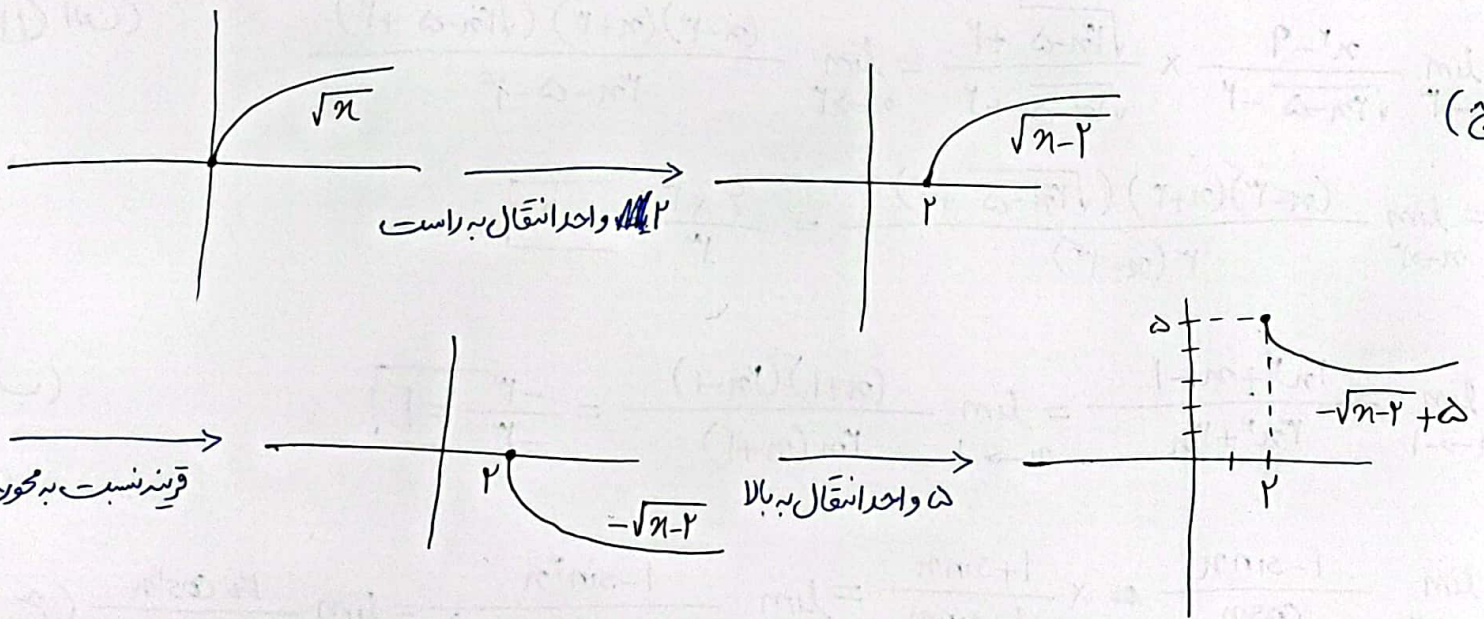
(الف) 9



(ب)



(ج)



$$\log 0.15 = \log \frac{15}{100} = \log 15 - \log 100 = \log 5 \times 3 - \log 10^2 = \log 5 + \log 3 - 2 \log 10$$

$$= a + b - 2$$

(11)

$$\log_{\frac{1}{10}}(x^2-1) = -1 \quad \left(\frac{1}{10}\right)^{-1} = x^2-1 \quad 10 = x^2-1 \quad x^2 = 11$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \sqrt{11} \\ x = -\sqrt{11} \end{array} \right\}$$

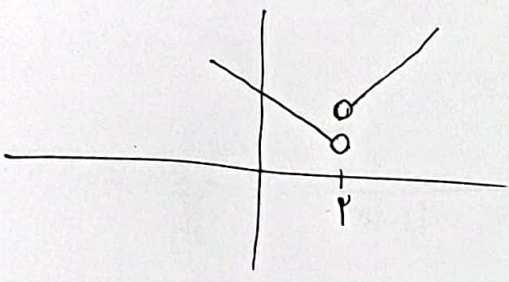
بررسی کنیم: $x^2-1 > 0 \quad x < -1 \vee x > 1$

(12)

جرم باقی مانده = جرم اولیه \times $\left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{زمان}{نیمه عمر}}$

$$m(t) = 128 \times \left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{30}{10}} = 128 \times \left(\frac{1}{p}\right)^3 = 2^7 \times 2^{-3} = 2^4 = 16 = 0.125 \text{ گرم}$$

(13)



(الف) (14)

$$\lim_{n \rightarrow 3} \frac{n^2-9}{\sqrt{3n-5}-2} \times \frac{\sqrt{3n-5}+2}{\sqrt{3n-5}+2} = \lim_{n \rightarrow 3} \frac{(n-3)(n+3)(\sqrt{3n-5}+2)}{3n-5-4}$$

$$= \lim_{n \rightarrow 3} \frac{(n-3)(n+3)(\sqrt{3n-5}+2)}{3(n-3)} = \frac{6 \times 4}{3} = 8$$

(ب)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2+x-1}{2x^2+3x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(2x-1)}{x(2x+3)} = \frac{-3}{-3} = 1$$

(ج)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1-\sin x}{\cos x} \times \frac{1+\sin x}{1+\sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1-\sin^2 x}{\cos x(1+\sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x}{\cos x(1+\sin x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{1+\sin x} = \frac{0}{2} = 0$$

(د)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-2}}{[x]+2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-2}}{4} = 0$$

برای این که تابع در نقطه $x=1$ پیوسته باشد باید مقدار و حد راست و چپ آن در این نقطه برابر باشند.

$$f(1) = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2x - 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -x + 2 = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} f(1) = a \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{برابر قرار می دهیم}} \boxed{a=1}$$