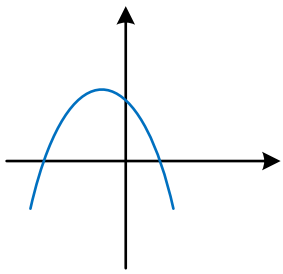
سوالات درس: حسابان ۱		رشته : ریاضی
مدت امتحان : 120 دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
برگزار شده در : تهران		منبع دانلود : قلم چی

ردیف	سوالات	بارم
۱	در نمودار $f(x)=ax^2+bx+c$ علامت ضرایب و و و تعداد صفرهای تابع را تعیین کنید. 	۱
۲	معادله زیر را حل کنید. $\sqrt{3x+4}=x$	۱
۳	اگر $A(3,2)$ و $B(-5,4)$ دو سر یک پاره‌خط باشند معادله عمودمنصف پاره‌خط را بنویسید.	۱
۴	برد تابع $y=\|x+2\|+\|x-1\|$ را به‌دست آورید. (به کمک رسم شکل)	۱

ردیف	سوالات(صفحه ۲ از ۴)	بارم
۵	**الف) یک به یک بودن تابع $f(x)=\sqrt{x-1}$ را به کمک رسم نمودار بررسی کنید.**	۱/۲۵
	ب) در صورت وارون‌پذیری ضابطه تابع وارون را به‌دست آورید.	
۶	**توابع $f(x)=x-1$ و $g(x)=\sqrt{x+2}$ مفروضند.**	۱/۷۵
	الف) دامنه توابع f و g را به‌دست آورید.	
	ب) مقدار $(gof)(8)$ را به‌دست آورید.	
	پ) مقدار $(f-2g)(2)$ را بیابید.	
۷	**الف) اگر $\log 2=a$ و $\log 3=b$ باشد. حاصل عبارت $\log 0/12$ را به‌دست آورید.**	۱
	ب) حاصل عبارت $A=\log_{3}^{81}-\log_{2}^{\frac{1}{8}}+2\log^{0/01}$ را به‌دست آورید.	۱

بسمه تعالی

نام درس: حسابان

نام ونام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

پایه :یازدهم ریاضی

دبیرستان (دوره دوم) غیردولتی دخترانه دارالعلم

آزمون نوبت دوم

تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۱۶

ساعت امتحان: ۱۰:۳۰ صبح

مدت امتحان: ۱۲۰دقیقه

دبیر مربوطه: خانم بختیاری

ردیف	سوالات	بارم
۸	**معادله زیر را حل کنید.** $\log_{x}^{(x+۲)} = \log_{x}^{(۴-x)} + ۱$	۱
۹	**اگر** $\frac{\sin(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha)}{۲\sin(\pi+\alpha)+\cos(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha)} = ۲$ **باشد. مقدار** $\tan\alpha$ **را حساب کنید.**	۱/۵
۱۰	**نمودار تابع** $y = -\cos x + ۲$ **را در بازه** $[۰,۲\pi]$**رسم کنید.**	
۱۱	**اگر** $\sin\alpha = \frac{۳}{۵}$ **و** $\cos\beta = -\frac{۵}{۱۳}$ **و** α **حاده و** β **منفرجه باشد. حاصل عبارات زیر را بیابید.**	
	الف) $\cos(\alpha-\beta) =$	۱
	ب) $\sin ۲\alpha =$	۱

ردیف	سوالات(صفحه ۴ از ۴)	بارم
۱۲	آیا تابع $f(x)=\begin{cases}۲x^۲-x & x<-۲\\ x+۱ & x>-۲\end{cases}$ در $x=-۲$ حد دارد؟ چرا؟	۱
۱۳	**حدهای زیر را به‌دست آورید.**	
	الف) $\lim\limits_{x\to ۲}\dfrac{x^۲-۲x}{x^۲-۳x+۲}$	۱
	ب) $\lim\limits_{x\to ۱}\dfrac{x-\sqrt{x}}{x^۲-۱}$	۱/۵
	پ) $\lim\limits_{x\to ۰}\dfrac{۱-\cos ۲x}{x^۲}=$	۱/۵
۱۴	**a و b را طوری بیابید که تابع زیر در $x=۱$ پیوسته باشد.**	۱/۵
	$f(x)=\begin{cases}x^۲+a[x] & x<۱\\ ۲b & x=۱\\ -۳x+۱ & x>۱\end{cases}$	

نمره کتبی به عدد:	نمره کتبی به حروف:	نام و نام خانوادگی دبیر: تاریخ و امضا:
تعداد سوالات: ۱۴	با آرزوی موفقیت برای شما	جمع بارم: ۲۰،۰۰

① دهانه‌ی سهمی رو به پایین است ⟵ $a<0$

سهمی محور yها را در بالای محور x قطع می‌کند ⟵ $c>0$

قدرمطلق ریشه‌ی منفی بزرگ‌تر از ریشه‌ی مثبت است پس مجموع ریشه‌ها (S) منفی است ⟵ $-\frac{b}{a}<0$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{b}{a}>0\\ a<0\end{array}\right\}\Rightarrow b<0$$

---

②

$$\sqrt{3x+4}=x \longrightarrow x\geq 0$$

به توان ۲

$$3x+4=x^2 \qquad x^2-3x-4=0 \qquad (x+1)(x-4)=0 \qquad x=\begin{cases}-1 & \times\\ 4 & \surd\end{cases}$$

---

③

نقطه‌ی وسط پاره‌خط AB: $M=\frac{A+B}{2}=\left(\frac{-5+3}{2},\frac{2+4}{2}\right)=(-1,3)$

شیب پاره‌خط AB: $=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{2-4}{3-(-5)}=\frac{-2}{8}=-\frac{1}{4}$

شیب هر پاره‌خط عمود بر AB: m $\qquad m\times-\frac{1}{4}=-1 \qquad m=4$

حالا معادله‌ی خطی عمود بر AB را می‌نویسیم که از نقطه $(-1,3)$ یعنی وسط پاره‌خط AB می‌گذرد. این خط عمود منصف AB است.

$$4(x+1)=y-3 \qquad 4x+4=y-3 \qquad \boxed{y=4x+7}$$

---

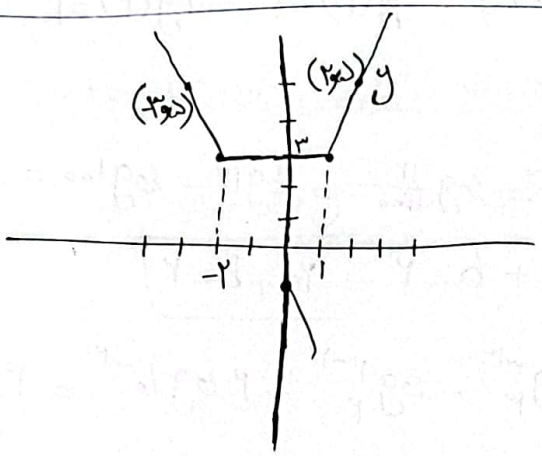
④

$x<-2 \longrightarrow y=-x-2-x+1=-2x-1$

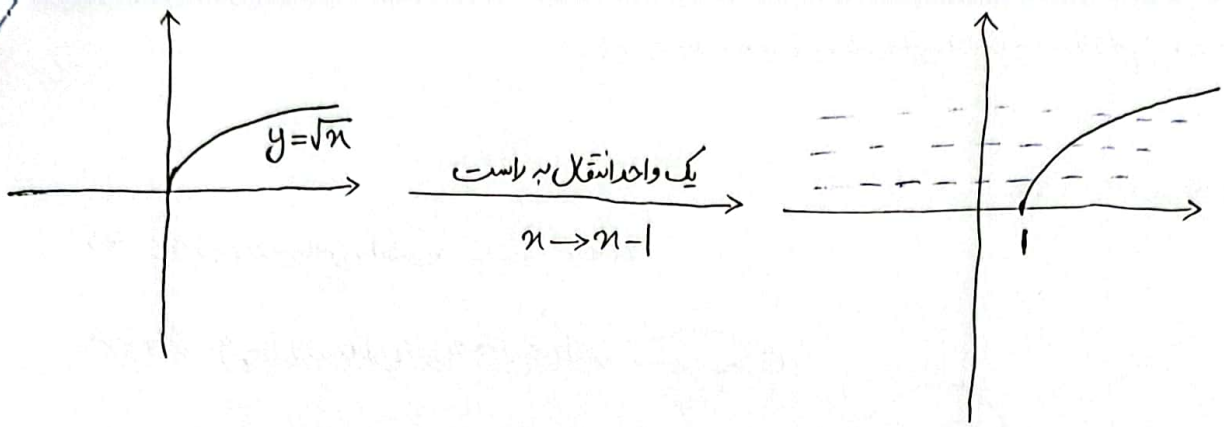
$-2\leq x<1 \longrightarrow y=x+2-x+1=3$

$x\geq 1 \longrightarrow y=x+2+x-1=2x+1$

$R=[3,+\infty)$



۵) الف)



برای این که یک تابع یک به یک باشد نباید هیچ خط افقی موازی با محور x وجود داشته باشد که تابع را در دو نقطه یا بیش تر قطع کند

تابع بالا $(f(x)=\sqrt{x-1})$ این ویژگی را دارا است پس یک به یک است.

ب) تابع یک به یک پس وارون پذیر است. برای به دست آوردن وارون تابع باید x را برحسب y به دست آوریم.

$y=\sqrt{x-1} \longrightarrow y \geq 0$ برد تابع $f(x)$ یا دامنه تابع $f^{-1}(x)$

$y^2=x-1 \qquad x=y^2+1 \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می کنیم}} f^{-1}(x)=x^2+1 \quad (x \geq 0)$

---

۶) الف)

$D_g = [-2, +\infty) \qquad D_f = R$

$D_{fog} = \{x \in D_g , g(x) \in D_f\} = \{x \geq -2\} = [-2, +\infty)$

$D_{gof} = \{x \in D_f , f(x) \in D_g\} = \{x-1 \geq -2\} = \{x \geq -1\} = [-1, +\infty)$

ب) $f(8) = 8-1 = 7 \qquad g(f(8)) = g(7) = \sqrt{7+2} = 3$

پ) $f(2) = 1 \qquad g(2) = 2 \qquad 2g(2) = 4 \qquad (f-2g)(2) = 1-4 = -3$

---

۷) الف) $\log 0.12 = \log \frac{12}{100} = \log 12 - \log 100 = \log 2^2 \times 3 - \log 10^2 = 2\log 2 + \log 3 - 2\log 10$

$= 2 \times a + b - 2 = 2a+b-2$

ب) $A = \log_3^{3^4} - \log_2^{2^{-3}} + 2\log 10^{-2} = 4\log_3^3 + 3\log_2^2 - 4\log 10 = 4+3-4 = 3$

$\log_x^{x+2} = \log_x^{4-x} + 1 \longrightarrow$ بررسی شروط دامنه

$x+2>0 \Rightarrow x>-2$

$4-x>0 \Rightarrow x<4$

$x>0$

$x\neq 1$

$\Rightarrow x \in (0,4)-\{1\}$

$\log_x^{x+2} = \log_x^{4-x} + \log_x^{x}$

$\log_x^{x+2} = \log_x^{x(4-x)}$

$x+2 = 4x - x^2$

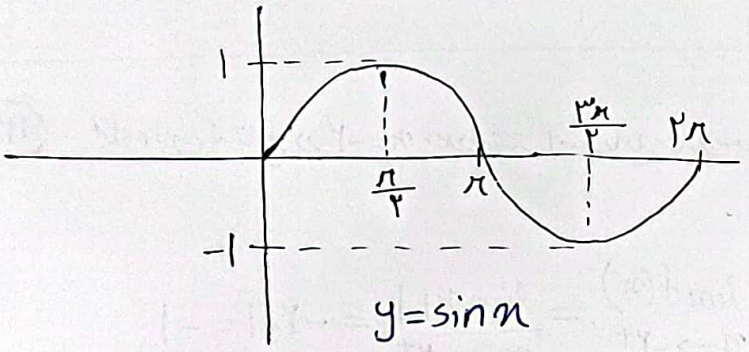
$x^2 - 3x + 2 = 0 \quad (x-1)(x-2) = 0$

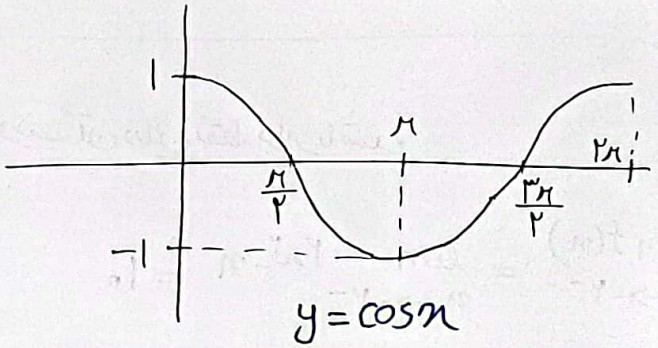
$x=1$ ✗

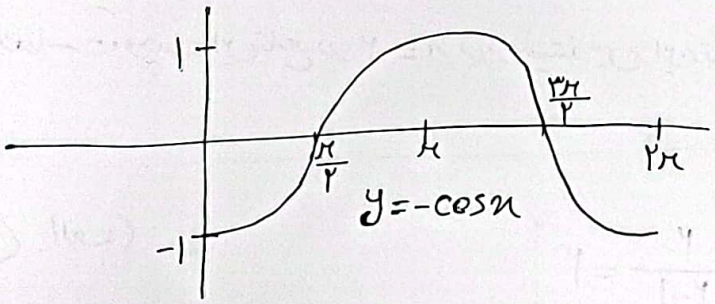
$x=2$ ✓

$$\frac{\sin(\frac{3\pi}{2}+\alpha)}{2\sin(\pi+\alpha)+\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)} = 2 \qquad \frac{-\cos\alpha}{-2\sin\alpha+\sin\alpha} = 2$$

$$\frac{-\cos\alpha}{-\sin\alpha} = 2 \qquad \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 2 \qquad \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{2} = \tan\alpha$$

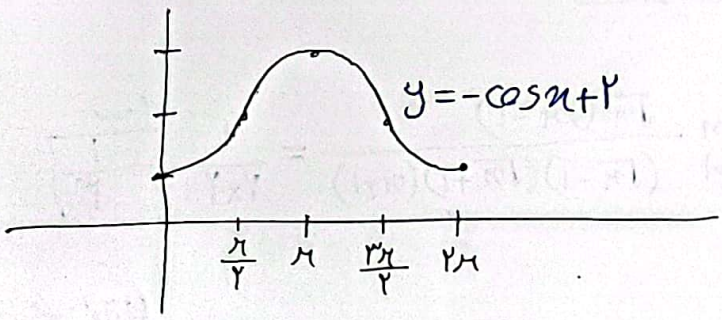






نمودار $y=\cos x$ را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم.

$y=\cos x \longrightarrow y=-\cos x$



نمودار $y=-\cos x$ را دو واحد به بالا انتقال می‌دهیم.

$y=-\cos x \longrightarrow y=-\cos x+2$

(۱۱) $\sin\alpha = \frac{۳}{۵}$ $\quad \sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha = ۱$ $\quad \cos^۲\alpha = ۱ - \frac{۹}{۲۵} = \frac{۱۶}{۲۵}$

α حاده $\longrightarrow \cos\alpha = \frac{۴}{۵}$

$\cos\beta = -\frac{۵}{۱۳}$ $\quad \sin^۲\beta + \cos^۲\beta = ۱$ $\quad \sin^۲\beta = ۱ - \frac{۲۵}{۱۶۹} = \frac{۱۴۴}{۱۶۹}$

β منفرجه $\longrightarrow \sin\beta = \frac{۱۲}{۱۳}$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

الف)

$$\cos(\alpha-\beta) = \frac{۴}{۵} \times (-\frac{۵}{۱۳}) + \frac{۳}{۵} \times \frac{۱۲}{۱۳} = \frac{۳۶-۲۰}{۶۵} = \boxed{\frac{۱۶}{۶۵}}$$

ب)

$$\sin۲\alpha = ۲\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\sin۲\alpha = ۲ \times \frac{۳}{۵} \times \frac{۴}{۵} = \boxed{\frac{۲۴}{۲۵}}$$

---

(۱۲) برای این که تابع در $x=-۲$ حد داشته باشد باید حد راست و چپ آن در این نقطه برابر باشند.

$$\lim_{x\to-۲^-} f(x) = \lim_{x\to-۲^-} ۲x^۲ - x = ۱۰ \qquad \lim_{x\to-۲^+} f(x) = \lim_{x\to-۲^+} x+۱ = -۲+۱ = -۱$$

حد راست و چپ این تابع در $x=-۲$ برابر نیستند پس این تابع در $x=-۲$ حد ندارد.

---

(۱۳) الف)

$$\lim_{x\to۲} \frac{x^۲-۲x}{x^۲-۳x+۲} = \lim_{x\to۲} \frac{x(x-۲)}{(x-۲)(x-۱)} = \frac{۲}{۲-۱} = \boxed{۲}$$

$$\lim_{x\to۱} \frac{x-\sqrt{x}}{x^۲-۱} = \lim_{x\to۱} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-۱)}{(x-۱)(x+۱)} = \lim_{x\to۱} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-۱)}{(\sqrt{x}-۱)(\sqrt{x}+۱)(x+۱)} = \frac{۱}{۲\times۲} = \boxed{\frac{۱}{۴}}$$

ب)

$$\lim_{x\to۰} \frac{۱-\cos۲x}{x^۲} = \lim_{x\to۰} \frac{۱-(۱-۲\sin^۲x)}{x^۲} = \lim_{x\to۰} \frac{۲\sin^۲x}{x^۲} = \boxed{۲}$$

$$\left(\lim_{x\to۰} \frac{\sin x}{x} = ۱\right)$$

۱۱) برای این که تابع در $x=1$ پیوسته باشد باید حد راست و چپ و مقدار این تابع در $x=1$ برابر باشند.

$$f(1) = 2b$$

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = x^2 + a[x] = 1 + 0 = 1$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = -3x + 1 = -3 + 1 = -2$$

از آن جا که حدهای راست و چپ تابع در $x=1$ برابر نیستند پس تابع به ازای هیچ a و b ای در $x=1$ پیوسته نیست.