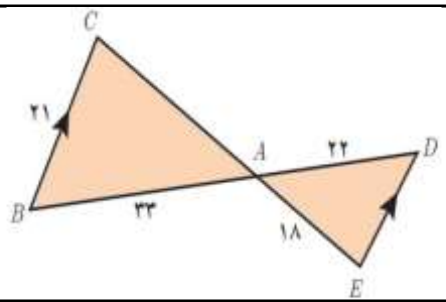
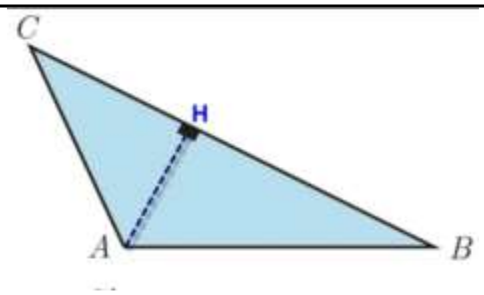
سوالات درس: ریاضی ۲		رشته : تجربی
مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
برگزار شده در : تهران		منبع دانلود : قلم چی

ردیف	سوالات در دو صفحه می باشد.	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است.	۰.۲۵
	ب) دو تابع با ضابطه $f(x)=\frac{2x}{x}, g(x)=2$ با هم برابرند.	۰.۲۵
	ج) نقاط برخورد نمودار یک تابع مانند **f** با محور **x**ها را صفرهای تابع می نامند.	۰.۲۵
۲	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. الف)هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به فاصله ی یکسان باشد ، روی .... قرار دارد.	۰.۵
	ب) استدلالی را که در آن " از جزء به کل می رسیم " استدلال .... نامیده می شود.	۰.۵
	ج) برای رد یک حکم کلی مانند " تمام اعداد فرد ، اول اند " از .... استفاده می کنیم.	۰.۵
	د) هر گزاره ی درست و کلی که به کمک استدلال استنتاجی به دست می آید را .... می نامیم.	۰.۵
	ه) در هر مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر،دو مثلث ....به وجود می آورد که این دو مثلث با هم و با مثلث اصلی متشابه اند.	۰.۵
۳	الف)معادله ی خطی را بنویسید که از دو نقطه ی $A(0,7), B(3,1)$ می گذرد. ب) فاصله ی نقطه ی $A(7,5)$ را از خط به معادله ی $4x+3y+17=0$ را به دست آورید. ج) نشان دهید دو خط به معادلات رو برو با هم موازیند : $5x-12y+8=0$ و $-10x+24y+10=0$	۳
۴	معادله درجه دومی را بنویسید که ریشه های آن $1+\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}$ باشند.	۱.۵

۵	معادلات رادیکالی و گویای زیر را حل کنید. معادله ی گویا $\frac{۳}{x}-\frac{۲}{x-۳}=\frac{۱۲}{۹-x^{۲}}$ (ب معادله رادیکالی $\frac{۱}{\sqrt{u-۳}}-\frac{۲}{\sqrt{u}}=۰$ (الف	۳
۶	با توجه به قضیه ی فیثاغورس اگر زاویه ی **A** از مثلثی مانند **ABC** ، قائمه باشد ، آنگاه $a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}$. در قضیه ی بالا فرض و حکم را مشخص کنید و عکس این قضیه را بنویسید.	۱
۷	در شکل مقابل $BC \parallel DE$ اندازه ی پاره خط های CA,DE را به دست آورید.  	۱.۵

۸	عکس قضیه تالس را نوشته و آن را به کمک برهان خلف اثبات کنید.	۲
۹	در مثلث قائم الزاویه ی روبرو در هر حالت اندازه ی پاره خط خواسته شده را بدست آوردید. الف) **HC=?** **BH=۷** **AH=۵** ب) **Ac=?** **CH=۳** **BH=۵** ج) **AH=?** **AC=۶** **AB=۸**  	۲.۲۵

۱۰	**دامنه ی تابع گویای زیر را بدست آورید.** $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$	۱
۱۱	**برای تابع رادیکالی روبرو:** الف) دامنه ی تابع را بیابید. ب) به کمک انتقال نمودار تابع را رسم کنید. $y = \sqrt{x-2} + 3$	۱.۵
	موفق باشید.	جمع ۲۰

ردیف	پاسخنامه
۱	الف) درست ب)نادرست ج)درست
۲	الف) نیمساز آن زاویه ب) استقرایی ج) مثال نقض د) قضیه ه) قائم الزاویه
۳	الف) $y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A)$ $y - ۷ = \frac{۱-۷}{۳-۰}(x - ۰) \to y - ۷ = -۲x \to y = -۲x + ۷$ ب) فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_\circ,y_\circ)$ از خط به معادلهٔ $ax+by+c=۰$ برابر است با : $d = \frac{\lvert ax_\circ + by_\circ + c \rvert}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} \longrightarrow d = \frac{\lvert ۴(۷)+۳(۵)+۱۷ \rvert}{\sqrt{۴^۲+۳^۲}} = \frac{۲۸+۱۵+۱۷}{\sqrt{۲۵}} = \frac{۶۰}{۵} = ۱۲$ ج) ابتدا شیب خط L را به دست می آوریم $L: ۲x + ۳y + ۱۵ = ۰ \to y = -\frac{۲}{۳}x - ۵ \to m = -\frac{۲}{۳}$ خط Δ بر خط L عمود است بنابراین شیب خط Δ برابر است با: $\Delta \perp L \to mm' = -۱ \to m' = \frac{۳}{۲} \to$ معادله خط Δ : $\Delta: y = \frac{۳}{۲}x + h \xrightarrow{A(۱,\frac{۱}{۲})} \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲} \times ۱ + h \to h = -۱ \to \Delta: y = m'x + h \to y = \frac{۳}{۲}x - ۱$

۴

$$(1-\sqrt{2})\ ,\ (1+\sqrt{2}) \to \begin{cases} s=-\dfrac{b}{a} \to s=(1-\sqrt{2})+(1+\sqrt{2})=2 \\ p=\dfrac{c}{a} \to p=(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})=1-2=-1 \end{cases}$$

$$ax^2+bx+c=0 \to x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0 \to x^2-sx+p=0 \to x^2-2x-1=0$$

۵

جواب الف)

$$\frac{1}{\sqrt{u-3}}-\frac{2}{\sqrt{u}}=0 \to \frac{1}{\sqrt{u-3}}=\frac{2}{\sqrt{u}} \to \sqrt{u}=2\sqrt{u-3} \to \left(\sqrt{u}\right)^2=\left(2\sqrt{u-3}\right)^2$$

$$u=4(u-3) \to u=4u-12 \to 12=4u-u \to 12=3u \to u=4$$

جواب ب)

$$\frac{3}{x}-\frac{2}{x-3}=\frac{12}{9-x^2} \to \frac{3}{x}-\frac{2}{x-3}=\frac{12}{(3-x)(3+x)} \to \frac{3}{x}+\frac{2}{3-x}=\frac{12}{(3-x)(3+x)}$$

$$(3-x)(3+x)x\left(\frac{3}{x}+\frac{2}{3-x}\right)=(3-x)(3+x)x\left(\frac{12}{(3-x)(3+x)}\right)$$

$$3\left(9-x^2\right)+2(3+x)x=12x \to 27-3x^2+6x+2x^2=12x \to x^2+6x-27=0$$

$$\Delta=b^2-4ac=36-4(1)(-27)=144 \to \begin{cases} x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \to x_1=\dfrac{-6+12}{2}=3 \\ x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \to x_2=\dfrac{-6-12}{2}=-9 \end{cases}$$

این جواب ، مخرج کسرها را صفر می کند ($x_1=3$)

جواب قابل قبول ($x_2=-9$)

۶

با توجه به قضیه ی فیثاغورس اگر زاویه ی A از مثلثی مانند ABC ، قائمه باشد ، آنگاه $a^2=b^2+c^2$.

فرض: زاویه ی A از مثلثی مانند ABC ، قائمه باشد — حکم: $a^2=b^2+c^2$

عکس قضیه : اگر در مثلثی مانند ABC ، $a^2=b^2+c^2$ باشد ، آنگاه زاویه A از مثلث ABC ، قائمه است.

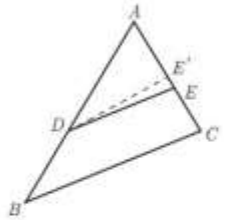
۷

$$BC \parallel DE \to \left.\begin{cases} \hat{B}=\hat{D} \\ \hat{E}=\hat{C} \end{cases} \atop \hat{A}=\hat{A} \right\} \to \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'} \to \frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB} \to \frac{18}{AC}=\frac{22}{33} \to AC=\frac{33\times 18}{22}=27$$

$$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC} \to \frac{22}{33}=\frac{DE}{21} \to DE=\frac{21\times 22}{33}=14$$

۸

عکس قضیهٔ تالس: مانند شکل مقابل در مثلث ABC، اگر $\frac{AE}{EC}=\frac{AD}{DB}$، آن‌گاه $DE \parallel BC$.



اثبات: با استفاده از برهان خلف فرض می‌کنیم حکم مسئله غلط باشد؛ یعنی $DE \nparallel BC$. لذا از نقطهٔ D خطی موازی BC رسم می‌کنیم تا AC را در نقطه‌ای مانند E' قطع کند. طبق قضیهٔ تالس داریم $\frac{AE'}{E'C}=\frac{AD}{DB}$ و از مقایسه با فرض مسئله خواهیم داشت $\frac{AE}{EC}=\frac{AE'}{E'C}$. حال با ترکیب نسبت در مخرج داریم $\frac{AE}{AC}=\frac{AE'}{AC}$ و در نتیجه $AE=AE'$. این یعنی نقطهٔ E بر E' منطبق است و لذا DE' همان DE است و این یک تناقض است، زیرا $DE' \parallel BC$ و $DE \nparallel BC$ است. بنابراین از ابتدا فرضِ غلط بودن حکم نادرست بوده است و حکم نمی‌تواند غلط باشد، یعنی $DE \parallel BC$ است.