

رشته : ریاضی		سوالات درس: حسابان ۱
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		مدت امتحان : 95 دقیقه
منبع دانلود : قلم چی		برگزار شده در : گیلان

بارم	سوالات	ردیف
۱/۵	در یک دنباله هندسی مجموع ده جمله اول ۳۳ برابر مجموع ۵ جمله اول است. قدرنسبت دنباله را به دست آورید.	۱
۱/۵	معادله زیر را حل کنید. $  4x + 2  - 2  = 64$	۲
۱/۵	مساحت مربعی که یک رأس آن $A(-1, 3)$ و معادله‌ی یک ضلع آن $3x - 4y + 1 = 0$ است، بیابید.	۳
ادامه ی سوالات در صفحه ی دوم		

$\frac{1}{5}$	<p>بررسی کنید آیا تابع <math>f(x) = 1 - 2\sqrt{x+1}</math> یک به یک است؟ در صورت مثبت بودن پاسخ، ضابطه تابع وارون را به دست آورید.</p>	<p>۴</p>
$\frac{1}{5}$	<p>دو تابع <math>f(x) = x - 1</math> و <math>g(x) = \sqrt{x+2}</math> را در نظر بگیرید:  الف) دامنه‌ی تابع <math>g \circ f</math> را بدون تشکیل <math>(g \circ f)(x)</math> به دست آورید.  ب) ضابطه‌ی <math>g \circ f</math> را به دست آورید.  پ) مقدار <math>(\frac{f}{g})(2)</math> را محاسبه کنید.</p>	<p>۵</p>
$\frac{1}{5}$	<p>از معادله‌ی <math>\text{Log}_q 3 + \text{Log}_5 \sqrt{5} = \text{Log}_x (x^2 + 1)</math> مقدار <math>x</math> را بیابید.</p>	<p>۶</p>
<p>ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی سوم</p>		

$\frac{1}{5}$	<p>انرژی آزاد شده یک زلزله <math>10^{19} \text{ Erg}</math> <math>2/5 \times 10^{19}</math> است. شدت این زلزله چند ریشتر می باشد؟ <math>(\text{Log } 2/5 = 0/4)</math></p>	<p>۷</p>
$\frac{1}{5}$	<p>اگر <math>\text{tg } 20^\circ = 0/4</math> باشد، حاصل <math>\frac{\text{Sin } 160^\circ - 2 \text{Cos}(-200^\circ)}{\text{Cos } 110^\circ - \text{Sin}(-70^\circ)}</math> را به دست آورید.</p>	<p>۸</p>
$\frac{2}{2}$	<p>فرض کنید <math>\text{Sin } \alpha = \frac{5}{13}</math> و <math>\text{Cos } \beta = \frac{3}{5}</math> و <math>a</math> و <math>b</math> حاده باشند. مطلوب است حاصل عبارت <math>\text{Sin}(\alpha + \beta)</math>.</p>	<p>۹</p>
<p>ادامه ی سوالات در صفحه ی چهارم</p>		

حاصل حدهای زیر را حساب کنید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 5x + 6}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x-1} - 2}$$

۱۰

حد تابع زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x}$$

۱۱

مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری بیابید که تابع  $f(x) = \begin{cases} 3x - [x] & x < 0 \\ a & x = 0 \\ \sqrt{x+1} + b & x > 0 \end{cases}$  در نقطه‌ی  $x = 0$  پیوسته باشد. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱۲

$$\text{Log}_a 3 = \text{Log}_3 3 = \frac{1}{3} \text{Log}_3 3 = \frac{1}{3}$$

$$\text{Log}_5 \sqrt{5} = \text{Log}_5 5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \text{Log}_5 5 = \frac{1}{2}$$

$$\text{Log}_9 x + \text{Log}_9 \sqrt{5} = \text{Log}_9 (x^{\frac{1}{2}} + 1) \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \text{Log}_9 (x^{\frac{1}{2}} + 1) \Rightarrow 2x = x^{\frac{1}{2}} + 1$$

$$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}} - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^{\frac{1}{2}} = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$E = 2/5 \times 10^{19} \text{ Erg}$$

$$M = ?$$

$$\text{Log}_{2/5} 10^{19} = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow \text{Log}_{2/5} 2/5 + \text{Log}_{2/5} 10^{19} = 11/8 + 1/5 M$$

$$\Rightarrow 0/4 + 19 = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow 1/5 M = 7/6 \Rightarrow M = 5/0.6$$

شدت زلزله ۵/۰۶ ریشتر است.

$$\frac{\text{Sin}(180^\circ - 20^\circ) - 2 \text{Cos}(180^\circ + 20^\circ)}{\text{Cos}(90^\circ + 20^\circ) + \text{Sin}(90^\circ - 20^\circ)} = \frac{\text{Sin } 20^\circ + 2 \text{Cos } 20^\circ}{-\text{Sin } 20^\circ + \text{Cos } 20^\circ} \quad \text{صورت و مخرج}$$

$$\frac{\text{tg } 20^\circ + 2}{-\text{tg } 20^\circ + 1} = \frac{2/4}{0/6} = 4$$

$$\text{Sin}(\alpha + \beta) = \text{Sin} \alpha \text{Cos} \beta + \text{Cos} \alpha \text{Sin} \beta = \frac{5}{13} \times \frac{3}{5} + \frac{12}{13} \times \frac{4}{5} = \frac{63}{65}$$

$$\text{Sin} \beta = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Cos} \alpha = \sqrt{1 - \frac{25}{169}} = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{(x-2)(x-3)} = \frac{12}{-1} = -12$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{x-1}-2} \times \frac{\sqrt{x+4}+3}{\sqrt{x+4}+3} \times \frac{\sqrt{x-1}+2}{\sqrt{x-1}+2} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x+4-9)(\sqrt{x-1}+2)}{(x-1-4)(\sqrt{x+4}+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(\sqrt{x-1}+2)}{(x-5)(\sqrt{x+4}+3)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\text{Cos}^2 x - \text{Sin}^2 x}{-(\text{Cos} x - \text{Sin} x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\text{Cos} x - \text{Sin} x)(\text{Cos} x + \text{Sin} x)}{-(\text{Cos} x - \text{Sin} x)} = -\sqrt{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -[\cdot^-] = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1 + b \quad f(0) = a \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = . \end{cases}$$

-۶

-۷

-۸

-۹

-۱۰

-۱۱

-۱۲

$$S_{10} = 33S_5 \Rightarrow \frac{a(1-q^{10})}{1-q} = 33 \times \frac{a(1-q^5)}{1-q} \quad -۱$$

$$1 - q^{10} = 33(1 - q^5) \Rightarrow (1 + q^5)(1 - q^5) = 33(1 - q^5)$$

$$1 + q^5 = 33 \Rightarrow q^5 = 32 \Rightarrow q = 2$$

$$|4x + 2| - 2 = 64 \Rightarrow |4x + 2| - 2 = \pm 64 \Rightarrow |4x + 2| - 2 = 64 \Rightarrow |4x + 2| = 66 \quad -۲$$

$$\Rightarrow 4x + 2 = \pm 66 \Rightarrow \begin{cases} 4x + 2 = 66 \Rightarrow 4x = 64 \Rightarrow x = 16 \\ 4x + 2 = -66 \Rightarrow 4x = -68 \Rightarrow x = -17 \end{cases}$$

$$|4x + 2| - 2 = -64 \Rightarrow |4x + 2| = -62 \Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

-۳ از آنجا که مختصات نقطه‌ی A در معادله خط صدق نمی‌کند، طول ضلع مربع برابر با فاصله نقطه از خط می‌شود.

$$a = \frac{|3x_A - 4y_A + 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|-3 - 12 + 1|}{5} = \frac{14}{5}$$

$$S = a^2 = \left(\frac{14}{5}\right)^2 = \frac{196}{25}$$

-۴ تابع یک به یک است.

$$y = 1 - 2\sqrt{x+1}$$

$$2\sqrt{x+1} = 1 - y$$

$$4x + 4 = (1 - y)^2$$

$$x = \frac{(1 - y)^2 - 4}{4}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{(1 - x)^2 - 4}{4}$$

$$\text{الف) } f(x) = x - 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{x+2} \Rightarrow D_g = [-2, +\infty) \quad -۵$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid \underbrace{x - 1 \geq -2}_{x \geq -1}\} = [-1, +\infty)$$

$$\text{ب) } (g \circ f)(x) = g(f(x)) = \sqrt{f(x) + 2} = \sqrt{x - 1 + 2} = \sqrt{x + 1}$$

$$\text{پ) } \left(\frac{f}{g}\right)(2) = \frac{f(2)}{g(2)} = \frac{2 - 1}{\sqrt{2 + 2}} = \frac{1}{2}$$