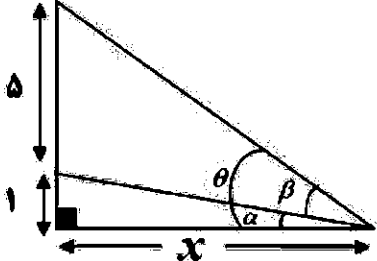
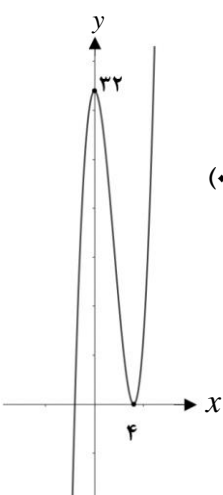


سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		تعداد صفحه: ۲		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷		نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳							
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.						
۰.۵	۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات های زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) اگر توابع f و g در یک فاصله اکیداً نزولی باشند، تابع $f + g$ نیز در آن فاصله اکیداً نزولی است.</p> <p>ب) اگر $x = c$ طول یک نقطه اکسترمم نسبی تابع f باشد، آن گاه $f'(c) = 0$.</p>					
۰.۷۵	۲	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) تابع $f(x) = (x - 2)^3 + 1$ را در نظر بگیرید. نمودار f^{-1} از ناحیه محورهای مختصات عبور نمی کند.</p> <p>ب) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \tan x$ برابر است.</p> <p>پ) اگر $f'(4) = 2$ و $f(4) = -1$، خط مماس بر نمودار f در $x = 4$، محور y ها را در نقطه ای به عرض</p>					
۱.۲۵	۳	<p>نمودار تابع $f(x)$ در زیر رسم شده است، نمودار تابع $y = -f(2x - 1)$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به دست آورید.</p>					
۱.۲۵	۴	<p>الف) اگر چندجمله ای $p(x) = x^3 + mx + 2$ بر $x - 2$ بخش پذیر باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x + 1$ را به دست آورید.</p> <p>ب) چندجمله ای $x^5 - 1$ را طوری تجزیه کنید که $x - 1$ یک عامل آن باشد.</p>					
۱	۵	<p>نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه $y = a \sin bx + c$ است. با فرض $a > 0$، مقادیر a، b و c را به دست آورید.</p>					

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		تعداد صفحه: ۲		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷		نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳							
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.						
۶	معادله $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید.						
۷	<p>نشان دهید در شکل زیر رابطه بین زاویه β و x به صورت زیر است.</p>  $\tan \beta = \frac{\Delta x}{x^2 + 6}$						
۸	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد [] علامت جزء صحیح است.)</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2}$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1)$</p>						
۹	<p>مجانِب های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x^3+2x}$ را به دست آورده و سپس وضعیت نمودار تابع را در نزدیکی مجانب قائم آن نمایش دهید.</p>						
۱۰	<p>مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ را در نقطه $x=0$ به کمک تعریف مشتق بررسی کنید.</p>						
۱۱	<p>اگر $f'(1) = 3$، $g'(1) = 5$ و $f(1) = 1$، مقدار مشتق $(f+g)$ of در $x=1$ را به دست آورید.</p>						
۱۲	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)</p> <p>الف) $f(x) = (x^3 + 1)^2 (\sqrt{3x+2})$ ب) $g(x) = \sin^2 3x + \tan(x^2)$</p>						
۱۳	<p>جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم. فرض کنیم ارتفاع این جسم (برحسب متر) از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می آید. (t برحسب ثانیه)</p> <p>الف) سرعت متوسط جسم در بازه زمانی $[3, 4]$ را به دست آورید.</p> <p>ب) لحظه ای را معلوم کنید که سرعت جسم برابر 20 m/s است.</p>						
۱۴	<p>مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 12x$ در بازه $[-1, 3]$ را به دست آورید.</p>						
۱۵	<p>مقادیر a، b و c را در تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ طوری به دست آورید که در نقطه $(3, -1)$ اکسترمم نسبی داشته باشد و $x=1$ طول نقطه عطف آن باشد.</p>						
۱۶	<p>جدول رفتار و نمودار تابع $y = (x+2)(x-4)^2$ را رسم کنید.</p>						

۰/۵	(۰/۲۵) (صفحه ۱۱۶) (ب) نادرست	(۰/۲۵) (صفحه ۲۲) (الف) درست	۱	
۰/۷۵	(۰/۲۵) (صفحه ۸۳) (پ) -۹	(۰/۲۵) (صفحه ۵۰) (ب) $-\infty$	(۰/۲۵) (صفحه ۲۱) (الف) چهارم	۲
۱/۲۵	رسم نمودار (۰/۷۵)	دامنه: $(-\infty, 3]$ (۰/۲۵) برد: $[0, +\infty)$ (۰/۲۵)	(صفحه ۱۲)	۳
۱/۲۵	الف) $p(2) = 0 \Rightarrow 8 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -5$ (۰/۲۵) ب) $x^5 - 1 = (x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ (۰/۵)	$p(-1) = 6$ (۰/۲۵)	(صفحه ۲۰ و ۲۲)	۴
۱	$\begin{cases} c = 1 & (۰/۲۵) \\ a = 2 \xrightarrow{a > 0} a = 2 & (۰/۲۵) \end{cases}$	$T = \pi = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow b = 2 \xrightarrow{b < 0} b = -2$ (۰/۲۵)	(صفحه ۲۸)	۵
۱	روش اول: $\begin{cases} 2x = 2k\pi + x & (۰/۲۵) \\ 2x = 2k\pi + \pi - x & (۰/۲۵) \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi & (۰/۲۵) \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} & (۰/۲۵) \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$	روش دوم: $2 \sin x \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (2 \cos x - 1) = 0$ (۰/۲۵) $\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi & (۰/۲۵) \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} & (۰/۵) \end{cases}$	(صفحه ۳۹)	۶
۱	$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha} = \frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x^2}} = \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x^2 + 6}{x^2}} = \frac{5x}{x^2 + 6}$ (صفحه ۴۳)			۷
<p>اگر دانش آموز از مفهوم شیب و رابطه $\tan \beta = \left \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right$ در حل مسئله استفاده کند، (۰/۲۵) بارم این قسمت تعلق گیرد.</p>				
ادامه پاسخ ها در صفحه دوم				

۱/۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x]-1}{x-1} = \frac{1}{. +} = +\infty$ (۰/۵) (صفحه ۵۳) ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2$ (۰/۵) (صفحه ۶۶) پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 = +\infty$ (۰/۵) (صفحه ۶۵)	۸
۱/۲۵	$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= -\infty \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= +\infty \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow x=0 \text{ مجانب قائم } (۰/۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x^3+2x} = 0 \Rightarrow y=0 \text{ مجانب افقی } (۰/۲۵)$ رسم شکل (۰/۲۵) (صفحه ۵۷)	۹
۱/۵	$\left. \begin{aligned} f'_-(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ x -0}{x} = -1 \quad (۰/۵) \\ f'_+(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2-0}{x} = 0 \quad (۰/۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'_-(0) \neq f'_+(0) \text{ مشتق ناپذیر } (۰/۲۵)$ (صفحه ۱۰۱)	۱۰
۰/۷۵	$((f+g)of)'(1) = \underbrace{f'(1) \times (f+g)'(f(1))}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{f'(1) \times (f'(1) + g'(1))}_{(۰/۵)} = 3 \times (3+5) = 24$ (صفحه ۹۵ و ۹۶)	۱۱
۲	الف) $f'(x) = \underbrace{2 \times 2x^2(x^3+1)}_{(۰/۲۵)} \underbrace{(\sqrt{2x+2})}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{\frac{3}{2\sqrt{2x+2}}}_{(۰/۲۵)} \underbrace{(x^3+1)^2}_{(۰/۲۵)}$ ب) $g'(x) = \underbrace{2 \times 3 \times \cos 3x \sin 3x}_{(۰/۵)} + \underbrace{2x(1 + \tan^2(x^2))}_{(۰/۵)}$ \downarrow اگر دانش آموزی به صورت $3 \sin 6x$ بنویسد، (۰/۵) نمره بارم این قسمت تعلق گیرد. (صفحه ۱۰۱)	۱۲
ادامه پاسخ ها در صفحه سوم		

۱/۵	<p>الف) $\frac{h(4)-h(3)}{4-3} = \frac{80-75}{1} = 5$ (۰/۲۵)</p> <p>دوم روش متوسط: $h'(3/5) = -1 \cdot (3/5) + 40 = 5$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $h'(t) = -1 \cdot t + 40 \Rightarrow -1 \cdot t + 40 = 20 \Rightarrow t = 2$ (۰/۲۵)</p> <p>(صفحه ۱۰۷)</p>	۱۳																									
۱/۵	<p>$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$ (۰/۲۵)</p> <p>$f(-1) = 11$ (۰/۲۵) $f(2) = -16$ (۰/۲۵) $f(3) = -9$ (۰/۲۵)</p> <p>\Rightarrow مقدار ماکزیمم = ۱۱ (۰/۲۵)</p> <p>(صفحه ۱۲۵)</p>	۱۴																									
۱/۵	<p>$f(3) = -1 \Rightarrow 27 + 9a + 3b + c = -1$ (۰/۲۵)</p> <p>$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f'(3) = 0 \Rightarrow 27 + 6a + b = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$f''(x) = 6x + 2a \Rightarrow f''(1) = 0 \Rightarrow 6 + 2a = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$\Rightarrow a = -3, b = -9, c = 26$ (۰/۲۵)</p> <p>(صفحه ۱۲۶ و ۱۳۶)</p>	۱۵																									
۱/۷۵	<p>$y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0, 4$ (۰/۲۵)</p> <p>اگر دانش آموزی مشتق را به صورت $y' = (x-4)(3x)$ بنویسد، (۰/۲۵) بارم این قسمت تعلق گیرد.</p> <p>$y'' = 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2$ (۰/۲۵)</p> <table border="1" data-bbox="159 1657 750 1859"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>۰</td> <td>۲</td> <td>۴</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y''</td> <td>∪</td> <td>∩</td> <td>∩</td> <td>∪</td> <td>∪</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>۳۲</td> <td>۱۶</td> <td>۰</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>ماکزیمم ۳۲ عطف ۱۶ مینیمم ۰</p> <p>(۰/۵)</p>  <p>(صفحه ۱۳۹)</p>	x	$-\infty$	۰	۲	۴	$+\infty$	y'	+	۰	-	-	۰	+	y''	∪	∩	∩	∪	∪	y	$-\infty$	۳۲	۱۶	۰	$+\infty$	۱۶
x	$-\infty$	۰	۲	۴	$+\infty$																						
y'	+	۰	-	-	۰	+																					
y''	∪	∩	∩	∪	∪																						
y	$-\infty$	۳۲	۱۶	۰	$+\infty$																						
۲۰	جمع بارم																										