

رشنده: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۶:۰۰ عصر	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	سوالات امتحان هماهنگ درس: حسابان ۱
مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	تعداد صفحات: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۸/۰۸	نام و نام خانوادگی:
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خردآدمه سال ۱۴۰۲
http://aee.medu.gov.ir			

بارم	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	ردیف
------	--	------

۱	درستی یا نادرستی هریک از عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر دامنه دو تابع باهم برابر و برد آنها نیز با هم برابر باشند، دو تابع برابرند. ب) تابع $g(x) = \sqrt{x-3}$ در نقطه $x = 3$ حد ندارد. پ) برای هر دو تابع f, g داریم: $f \cdot g = g \cdot f$. ت) لگاریتم هر عدد مثبت همواره عددی مثبت است.	۱
۱/۵	جهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. الف) حاصل عبارت $\tan(-60^\circ)$ برابر با است. ب) زاویه مرکزی رویه رو به کمانی به طول $\frac{1}{4}cm$ در دایره ای به شعاع $4cm$ برابر.....رادیان است. پ) در تابع $f(x) = a^x$ اگر $a < 1$ باشد با افزایش مقادیر x مقادیر تابع f می یابند.	۲
۱	گزینه درست را انتخاب کنید. الف) حاصل عبارت $A = [7x] - [2x]$ به ازای $x = -\frac{1}{2}$ کدام است. (۱) -2 (۲) -3 (۳) -4 (۴) -5 ب) مجموع چند جمله از دنباله حسابی $...., 7, 12, 17, 22$ برابر 60 است. (۱) 3 (۲) 4 (۳) 5 (۴) 6 پ) حاصل عبارت $\log_{\sqrt{49}} 7$ کدام گزینه است. (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{4}{2}$ ت) حاصل عبارت $\tan(\theta - \frac{\pi}{2})$ کدام گزینه است. (۱) $-\cot\theta$ (۲) $\cot\theta$ (۳) $-\tan\theta$ (۴) $\tan\theta$	۳
۱	نمودار تابع $f(x) = x - 3 $ را رسم کنید و به کمک آن معادله $ f(x) = 2$ را حل کنید.	۴
۱/۲۵	معادله زیر را به روش جبری حل کنید. $1 + \sqrt{x+2} = x - 3$	۵
۱/۵	دو خط $2x - 2y = 1$ و $3x + 3y = 1$ معادله های دو ضلع یک مستطیل اند و نقطه $A(1,3)$ یک راس مستطیل است. مساحت این مستطیل چقدر است؟	۶
۱/۵	تابع $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x^2 + 3$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه تابع gof را بیابید. ب) ضابطه تابع fog را بیابید.	۷

بسمه تعالی

رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع ۱۶:۰۰ عصر	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	سوالات امتحان هماهنگ درس: حسابان ۱
مدت امتحان : ۱۱۰ دقیقه	تعداد صفحات: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۸	نام و نام خانوادگی:
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خردآدمه سال ۱۴۰۲

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	بارم
۸	دامنه تابع $f(x) = x^3 - 4x + 5$ را طوری محدود کنید که تابعی وارون پذیر شود.	۰/۷۵
۹	معادله لگاریتمی زیر را حل کنید. $\log(x-1) + \log(\frac{x}{2}+1) = \log 18 - \log 2$	۱/۵
۱۰	نیمه عمر عنصری ۲۵ سال است اگر جرم اولیه آن ۲۴ میلی گرم باشد بعد از ۴۰ سال جرم این عنصر چقدر خواهد بود؟ $(2^{1-\frac{t}{T}})^{\frac{t}{T}} \approx 0.32$	۰/۵
۱۱	الف) نمودار تابع مثلثاتی $y = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید. ب) نمودار تابع قسمت (الف) در چه نقاطی محور x را قطع می کند.	۱/۲۵
۱۲	فرض کنید $\sin\alpha = -\frac{4}{5}$ و $\cos\beta = \frac{12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع چهارم و انتهای کمان β در ربع اول باشد حاصل $\cos(\alpha - \beta)$ را بیابید.	۱/۵
۱۳	الف) نمودار تابع f را به گونه ای رسم کنید که در یک همسایگی محدود نقطه $x=3$ تعريف شود ولی در این نقطه حد نداشته باشد. ب) نمودار تابع g را به گونه ای رسم کنید که در نقطه $x=-2$ حد راست داشته باشد ولی در این نقطه پیوستگی راست نداشته باشد.	۱/۲۵
۱۴	حاصل حد های زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9}{\sqrt[3]{x-5} - 2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - 2\cos x}{x \sin x}$	۳
۱۵	مقدار α را طوری بیابید که تابع $g(x) = ([x] - \alpha)x$ در نقطه $x=-2$ پیوسته باشد.	۱/۵
۲۰	موفق باشید و سربلند	جمع نمره

ردیف	بارم	مکار	ردیف
۱	۱	ت) نادرست (۰/۲۵) پ) درست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵)	الف) نادرست (۰/۲۵)
۱/۵		پ) کاهش (۰/۵)	ب) $\frac{1}{32}$ (۰/۵) الف) $-\sqrt{3}$ (۰/۵)
۱		ت) گزینه ۴ (۰/۲۵) پ) گزینه ۲ (۰/۲۵) ب) گزینه ۳ (۰/۲۵)	الف) گزینه ۲ (۰/۲۵)
۱			جواب‌های معادله $x = \pm 1$ و $x = \pm 5$ می‌باشند. (۰/۵)
۱/۲۵		$\sqrt{x+2} = x-4 \rightarrow x+2 = x^2 - 8x + 16 \rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \rightarrow (x-7)(x-2) = 0$ (۰/۲۵)	رسم نمودار (۰/۵)
		$x = 2$ غقق (۰/۲۵)	
		$x = 7$ (۰/۲۵)	
۱/۵		دو خط برهم عمودند و نقطه A روی این دو خط قرار ندارد، برای به دست آوردن طول و عرض مستطیل کافیست فاصله نقطه A را از این دو خط به دست آوریم: (۰/۲۵)	
		$AH = \frac{ 2 \times 1 + 3 \times 3 - 1 }{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{10}{\sqrt{13}}$ (۰/۵)	
		$\text{مساحت مستطیل} = \frac{10}{\sqrt{13}} \times \frac{5}{\sqrt{13}} = \frac{50}{13}$ (۰/۲۵)	
		$AH' = \frac{ 3 \times 1 - 2 \times 3 - 2 }{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{5}{\sqrt{13}}$ (۰/۵)	
۱/۵		$D_f = [-1, \infty)$, $D_g = \mathbb{R}$ (۰/۵)	الف)
		$D_{gof} = \{x \geq -1 \sqrt{x+1} \in \mathbb{R}\} = [-1, +\infty)$ (۰/۲۵)	
		(۰/۲۵)	
		$fog(x) = f(g(x)) = f(x^2 + 3) = \sqrt{x^2 + 4}$ (۰/۵)	ب)
۰/۷۵		$f(x) = (x-2)^2 + 1$ (۰/۵)	
		(۰/۲۵)	در بازه‌های $(-\infty, 2]$ یا $[2, \infty)$ یا هر زیر مجموعه این دو بازه تابع یک به یک است.

$$\log(x-1) + \log\left(\frac{x}{2} + 1\right) = \log 18 - \log 2 \rightarrow \log(x-1)\left(\frac{x}{2} + 1\right) = \log \frac{18}{2} \rightarrow$$

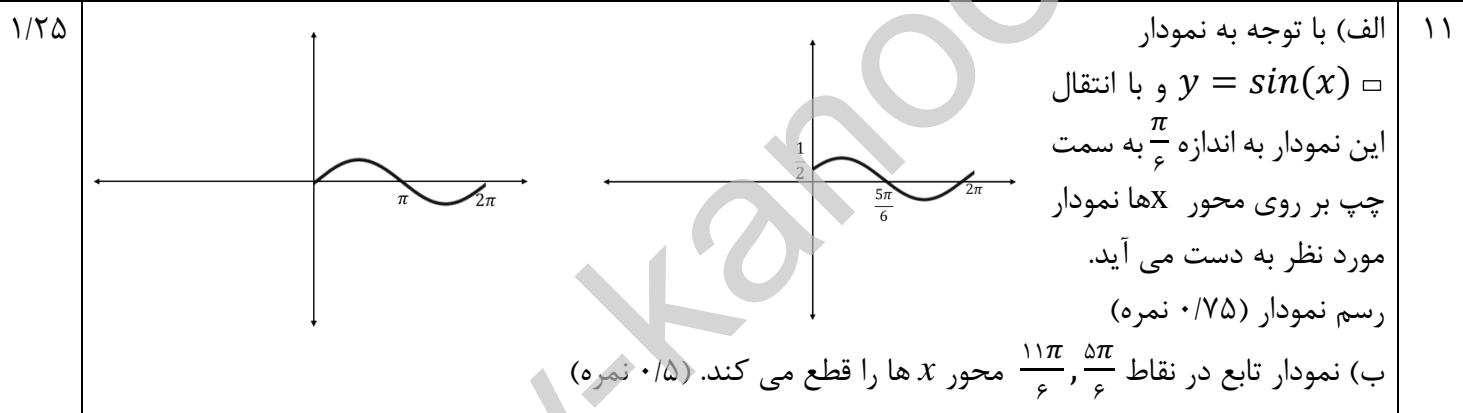
(۰/۵)

$$(x-1)\left(\frac{x}{2} + 1\right) = 9 \rightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} - 10 = 0 \rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \rightarrow (x+5)(x-4) = 0$$

(۰/۵)

$$x = -5 \quad \text{غیر قابل} \quad x = 4 \quad (0/25)$$

$$m(40) = 24 \left(2^{-\frac{40}{25}}\right) = 24 \times 0.32 = 7.68 \quad (0.5)$$



$$\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \left(\frac{11}{13}\right)^2 = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169} \Rightarrow \sin \beta = \frac{5}{13} \quad (0/5 \text{ نمره})$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5} \quad (0/5 \text{ نمره})$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{12}{13}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right) = \frac{16}{65} \quad (0/5 \text{ نمره})$$

الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x-5} - 2} = \dots \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{3x-5} + 2)}{(\sqrt{3x-5} - 2)(\sqrt{3x-5} + 2)}$ (۰/۵)
با توجه به نمودار رسم شده نمره لازم تعلق گیرد.

$$\begin{aligned} & (\text{الف}) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x-5} - 2} = \dots \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{3x-5} + 2)}{(\sqrt{3x-5} - 2)(\sqrt{3x-5} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{3x-5} + 2)}{3x-5-4} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)\sqrt{3x-5} + 2}{3(x-3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)(\sqrt{3x-5} + 2)}{3} = \frac{24}{3} = 8 \quad (0/5) \\ & (\text{ب}) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2-\cos 2x}{x \sin x} = \dots \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1-\cos 2x)}{x \sin x} \quad (0/25) \end{aligned}$$

با سمه تعالی

ساعت شروع: ۱۶ عصر	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان هماهنگ درس: حسابان ۱
تعداد صفحات: ۳	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۸/۰۸	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خردادماه سال ۱۴۰۲		

مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش
<http://aee.medu.gov.ir>

ردیف	بارم
	$\rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2(\sin x)}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \underbrace{\frac{\sin x}{x}}_1 \cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin x}{\sin x} = 1 \times 1 = 1 \quad 0/25$
۱/۵	$\lim_{x \rightarrow -2^-} ([x] - a)[x] = \lim_{x \rightarrow -2^-} (-3 - a)(-3) = 9 + 3a \quad 0/5$ $\lim_{x \rightarrow -2^+} ([x] - a)[x] = \lim_{x \rightarrow -2^+} (-2 - a)(-2) = 4 + 2a \quad 0/5$ $f(-2) = (-2 - a)(-2) = (-2 - a)(-2) = 4 + 2a \quad 0/25$ $9 + 3a = 4 + 2a \Rightarrow a = -5 \quad 0/25$ <p>برای بررسی پیوستگی باید در نقطه $x = -2$ حد چپ و راست و مقدار تابع برابر باشند.</p>